

DOĞU AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN VE EDEBİYAT FAKÜLTESİ
MATEMATİK BÖLÜMÜ



28. Liselerarası Matematik Yarışması
Bireysel Yarışma
26.04.2024

**Onay Fadıl Demirciler Eğitim ve
Bilim Vakfı'nın katkılarıyla**

(limay.emu.edu.tr)

1. abc ve cba üç basamaklı birer doğal sayıdır.
 $abc - cba = m$, ve $a - c = 4$
olduğuna göre, m kaçtır?

Cevap:

$$abc = c + 10b + 100a$$

$$cba = a + 10b + 100c$$

$$abc - cba = (c + 10b + 100a) - (a + 10b + 100c)$$

$$m = -99c + 99a$$

$$m = 99(a - c)$$

$$m = 99(4)$$

$$m = 396$$

CEVAP: 396

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

2. Bir otobüse 3 kadın binerse yolcuların $\frac{2}{3}$ 'ü kadın oluyor. Eğer otobüsten 4 erkek inseydi yolcuların $\frac{1}{4}$ 'ü erkek olacaktı.

Buna göre , otobüsteki yolcu sayısı nedir?

Cevap:

Kadın= x , Erkek= y

$$3 \text{ kadın binerse} \Rightarrow x + 3 = \frac{2}{3}(x + y + 3)$$

$$4 \text{ erkek binerse} \Rightarrow y - 4 = \frac{1}{4}(x + y - 4)$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y = -1 \quad (3) \quad \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y = -1$$

$$-\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y = 3 \quad (4) \quad -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y = 3$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} x - 2y = -3 \\ -x + 3y = 12 \end{array}$$

$$\hline y = 9$$

$$y = 9 \Rightarrow x - 2(9) = -3 \Rightarrow x = 15$$

$$\text{Otobüsteki yolcu sayısı } x + y = 15 + 9 = 24$$

CEVAP: 24

3. $K < 8$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} KK2 \\ + MLK \\ \hline L8L \end{array}$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, $K + L + M$ toplamı kaçtır?

Cevap:

$$\begin{array}{l} K + 2 = L \\ K + L = 8 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} K + 2 = L \\ (-1) \quad K + L = 8 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} K + 2 = L \\ -K - L = -8 \\ \hline 2 - L = L - 8 \Rightarrow 2L = 10 \Rightarrow L = 5 \end{array}$$

$$L = 5 \Rightarrow K + 5 = 8 \Rightarrow K = 3$$

$$K + M = L \Rightarrow 3 + M = 5 \rightarrow M = 2$$

$$K + L + M = 3 + 5 + 2 = 10$$

CEVAP: 10

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

4. $0 < a < b < c$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \text{ olduğuna göre,}$$

$\left(\frac{a+b}{a-b}\right) \left(\frac{a-c}{b+c}\right)$ değerinin k cinsinden eşiti nedir?

Cevap:

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{c} = 0 \Rightarrow \frac{ac - b^2}{bc} = 0 \Rightarrow ac - b^2 = 0$$

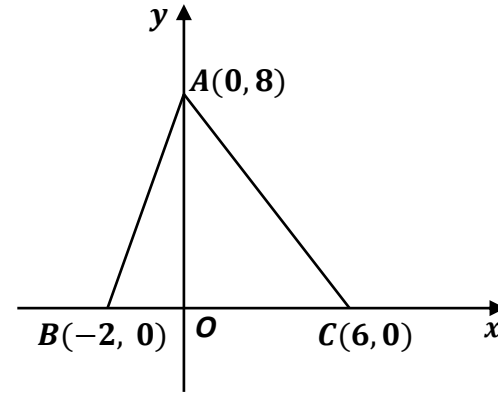
$$\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{a-b}\right) \left(\frac{a-c}{b+c}\right) &= \frac{a^2 - ac + ab - bc}{ab + ac - b^2 - bc} \\ &= \frac{a^2 - ac + ab - bc}{ab - bc} = \frac{a(a-c) + b(a-c)}{b(a-c)} \end{aligned}$$

$$= \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = k + 1$$

CEVAP: $k + 1$

5. Şekilde, ABC üçgeninin köşelerinin eksenleri kestiği noktalar verilmiştir.

Buna göre, ABC üçgeninin $[AC]$ kenarına ait yüksekliğin y eksenini kestiği noktanın y bileşeni kaçtır?



Cevap:

$$A(0,8), C(0,6)$$

AC doğru parçasının eğimi

$$m = \frac{0 - 8}{6 - 0} = -\frac{4}{3}$$

AC kenarına ait yükseklik AC kenarına diktir.

Dolayısıyla, BD doğru parçasının eğimi;

$$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \frac{4}{3} m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{4}$$

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

BD doğru parçasının denklemi;

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

BD doğru parçasının y –eksenini kestiği nokta;

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \quad \left(0, \frac{3}{2}\right)$$

CEVAP: $\frac{3}{2}$

6. Bir miktar paranın önce $\frac{2}{5}$ i, sonra da kalanın $\frac{2}{3}$ ü harcanıyor. Harcanan para 2000 TL ise, kalan para kaç TL'dir?

Cevap:

x : Başlangıçta para miktarı

1) $x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{5}$ kalan

2) $\frac{3x}{5} - \frac{3x}{5} \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3x}{5} - \frac{2x}{5} = \frac{x}{5}$ kalan

$$\frac{2x}{5} + \frac{2x}{5} = \frac{4x}{5} = 2000 \Rightarrow x = 2500$$

$$\text{Kalan} = \frac{x}{5} = \frac{2500}{5} = 500$$

CEVAP: 500

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

7. Ardışık 7 tek sayıdan ilk dördünün toplamı, son üçünün toplamından 1 eksiktir.
Buna göre, bu sayıların en büyüğü ile en küçüğünün aritmetik ortalaması kaçtır?

Cevap:

$$(2m + 1), (2m + 3), (2m + 5), (2m + 7)$$

$$\Rightarrow \text{Toplam} = 8m + 16$$

$$(2m + 9), (2m + 11), (2m + 13)$$

$$\Rightarrow \text{Toplam} = 6m + 33$$

$$8m + 16 = 6m + 32$$

$$\Rightarrow m = 8$$

$$\text{En büyük} = 2m + 13 = 2(8) + 13 = 29$$

$$\text{En küçük} = 2m + 1 = 2(8) + 1 = 17$$

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{29 + 17}{2} = \frac{46}{2} = 23$$

CEVAP: 23

8. $\left(\frac{x-2y}{x+2y} - \frac{x+2y}{x-2y}\right)\left(\frac{2y}{x} - \frac{x}{2y}\right)$
çarpımının sonucu nedir?

Cevap:

$$\frac{x-2y}{x+2y} - \frac{x+2y}{x-2y} = \frac{(x-2y)^2 - (x+2y)^2}{x^2 - 4y^2}$$

$$= \frac{x^2 - 4xy + 4y^2 - (x^2 + 4xy + 4y^2)}{x^2 - 4y^2}$$

$$= \frac{-8xy}{x^2 - 4y^2}$$

$$\left(\frac{x-2y}{x+2y} - \frac{x+2y}{x-2y}\right)\left(\frac{2y}{x} - \frac{x}{2y}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-8xy}{x^2 - 4y^2}\right)\left(\frac{4y^2 - x^2}{2xy}\right) = \frac{-4(4y^2 - x^2)}{(x^2 - 4y^2)}$$

$$= \frac{4(x^2 - 4y^2)}{(x^2 - 4y^2)} = 4$$

CEVAP: 4

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

9. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ olduğuna göre,
 $P(\sqrt[3]{5} + 1)$ değeri kaçtır?

Cevap:

$$x = \sqrt[3]{5} + 1$$

$$P(x) = x(x^2 - 3x + 3)$$

$$P\left(\sqrt[3]{5} + 1\right) = \left(\sqrt[3]{5} + 1\right)\left(\sqrt[3]{5}^2 + 2\left(\sqrt[3]{5}\right) + 1 - 3\left(\sqrt[3]{5}\right) - 3 + 3\right)$$

$$= \left(\sqrt[3]{5} + 1\right)\left(\sqrt[3]{5}^2 - \sqrt[3]{5} + 1\right)$$

$$= \left(\sqrt[3]{5}^3 - \sqrt[3]{5}^2 + \sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{5}^2 - \sqrt[3]{5} + 1\right)$$

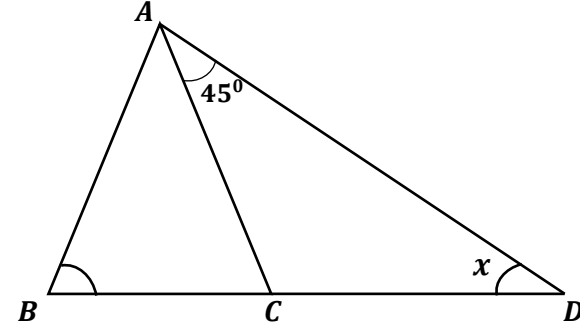
$$= 5 + 1$$

$$= 5 + 1$$

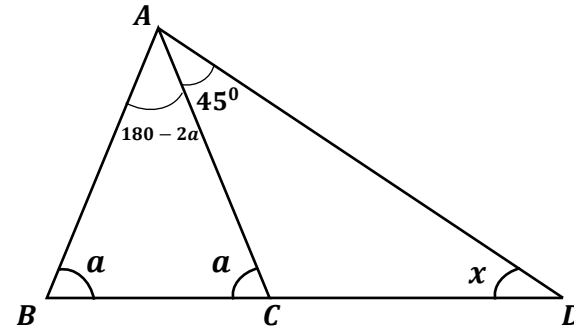
$$= 6$$

CEVAP: 6

10. Şekilde, ABC ve ABD ikizkenar üçgenler olup,
 $|AB| = |AC|$, $|AD| = |BD|$ ve $m(\widehat{DAC}) = 45^\circ$ dir.
Buna göre, $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



Cevap:



**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

$$180 - 2a + 45 = a \Rightarrow 3a = 225 \Rightarrow a = 75^\circ$$

$$\widehat{ACD} = 180 - 75 = 105^\circ$$

$$x = 180 - (105 + 45) \Rightarrow x = 30^\circ$$

CEVAP: 30

11. $8(4^{x^2-2}) = 16^{x+1}$

eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının çarpımı kaçtır?

Cevap:

$$2^3((2^2)^{x^2-2}) = (2^4)^{x+1}$$

$$2^3(2^{2x^2-4}) = 2^{4x+4}$$

$$2^{2x^2-1} = 2^{4x+4}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 1 = 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 5 = 0$$

Kökler çarpımından,

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$$

CEVAP: $-\frac{5}{2}$

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

12. $\frac{1-2^{-a}}{1-4^{-a}} \div \frac{2^a}{4^a+2^{a+1}+1} = 129$

ise a kaçtır?

Cevap:

$$\left(\frac{1 - \frac{1}{2^a}}{1 - \frac{1}{4^a}} \right) \cdot \left(\frac{(2^a + 1)^2}{2^a} \right) = 129$$

$$\Rightarrow \frac{2^a - 1}{2^a} \cdot \frac{2^{2a}}{2^{2a} - 1} \cdot \frac{(2^a + 1)^2}{2^a} = 129$$

$$\Rightarrow \frac{2^a - 1}{2^a} \cdot \frac{2^{2a}}{(2^a - 1)(2^a + 1)} \cdot \frac{(2^a + 1)^2}{2^a} = 129$$

$$\Rightarrow 2^a + 1 = 129$$

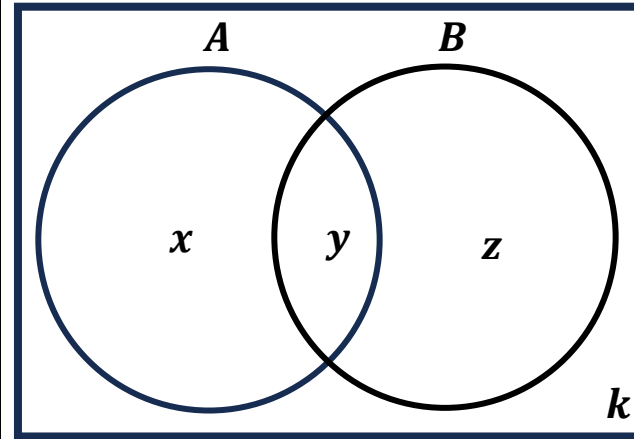
$$\Rightarrow 2^a = 128$$

$$\Rightarrow a = 7$$

CEVAP: 7

13. 30 kişilik bir sınıfta voleybol ve basketbol oynayanlarla hiçbir sporu yapmayan öğrenciler bulunmaktadır. Yalnız bir sporu yapan öğrenci sayısı 18, her iki sporu yapan öğrenci sayısı, hiçbir sporu yapmayanların 2 katı ise, her iki sporu yapan kaç öğrenci vardır?

Cevap:



$$x + z = 18$$

$$y = 2k$$

$$y = ?$$

$$x + y + z + k = 30 \quad \Rightarrow x + 2k + z + k = 30$$

$$\Rightarrow x + z + 3k = 30 \quad \Rightarrow 18 + 3k = 30$$

$$\Rightarrow 3k = 30 - 18 \quad \Rightarrow 3k = 12 \quad \Rightarrow k = 4$$

$$y = 2k \Rightarrow y = 2(4) \Rightarrow y = 8$$

CEVAP: 8

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

- 14.** m ve n pozitif tam sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü $OBEB(m, n) = 6$ ve ortak katlarının en küçüğü $OKEK(m, n) = 60$ tir.
 $m + n = 42$ olduğuna göre, $|m - n|$ kaçtır?

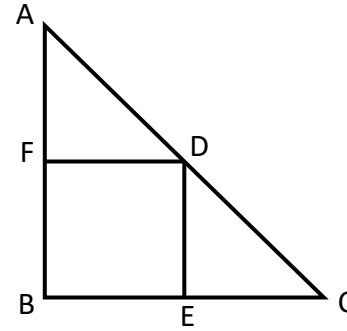
Cevap:

$$\begin{aligned} OBEB(m, n) = 6 &\Rightarrow m = 6a \text{ ve } n = 6b \text{ olmak üzere,} \\ OKEK(m, n) = 60 &\Rightarrow 6ab = 60 \Rightarrow ab = 10 \\ m + n = 42 &\Rightarrow 6a + 6b = 42 \Rightarrow a + b = 7 \\ a = 5 \text{ ve } b = 2 \text{ yada } a = 2 \text{ ve } b = 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m = 6a = 6(5) = 30 \text{ ve } n = 6b = 6(2) = 12 \\ \Rightarrow |m - n| = |30 - 12| = 18 \\ m = 6a = 6(2) = 12 \text{ ve } n = 6b = 6(5) = 30 \\ \Rightarrow |m - n| = |12 - 30| = 18 \end{aligned}$$

CEVAP: 18

- 15.** Şekilde ABC dik üçgen, BEDF karedir.
 $[AB] \perp [BC]$, $|AC| = 13 \text{ cm}$ ve $|BC| = 12 \text{ cm}$ olduğuna göre, $|BE| = x$ kaç cm dir?

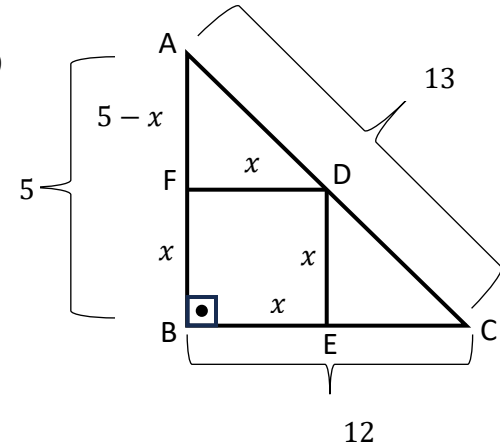


Cevap:

$$\begin{aligned} a^2 + 144 &= 169 \\ a^2 &= 25 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5-x}{5} &= \frac{x}{12} \\ 60 - 12x &= 5x \\ 60 &= 17x \end{aligned}$$

$$x = \frac{60}{17}$$



CEVAP: $\frac{60}{17}$

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

16. $f(x) = ||x - 3| - 2|$ fonksiyonunun grafiğiyle $g(x) = 4$ fonksiyonunun grafiğinin kesim noktalarının apsislerinin toplamı kaçtır?

Cevap:

Ortak çözümden;

$$||x - 3| - 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} |x - 3| - 2 = 4 \\ |x - 3| - 2 = -4 \end{cases}$$

$$|x - 3| - 2 = 4 \Rightarrow |x - 3| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 6 \\ x - 3 = -6 \end{cases}$$

$$x = 9 \text{ ve } x = -3$$

$$|x - 3| - 2 = -4 \Rightarrow |x - 3| = -2$$

$$\text{Apsisler toplamı} = 9 + (-3) = 6$$

CEVAP: 6

17. $(k - 1)x^2 + 2kx + (k - 4) = 0$

denkleminin gerçel sayılardaki çözüm kümesi 2 elemanlı olduğuna göre, k gerçel sayısının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

Cevap:

$$\Delta > 0$$

$$4k^2 - 4(k - 1)(k - 4) > 0$$

$$k > \frac{4}{5}$$

$$k \neq 1 \text{ olacağından } k = 2.$$

CEVAP: 2

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

18. $\frac{x^2-4}{|x|-x} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Cevap:

$x \geq 0$ çözüm yok.

$x < 0$ için;

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{x^2-4}{-x-x} < 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{-2x} < 0 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{-2x} < 0$$

	$-\infty$	-2	0
$x^2 - 4$	+	○	-
$-2x$	+	+	○
$\frac{x^2 - 4}{-2x}$	+	○	-

$$\Rightarrow x < 0 \Rightarrow (-2, 0)$$

CEVAP: $(-2, 0)$

19. $P(x) = (x^2 - 1)^2 + x^2 - 10$ ve

$Q(x) = x^2 - x - 3$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

Cevap:

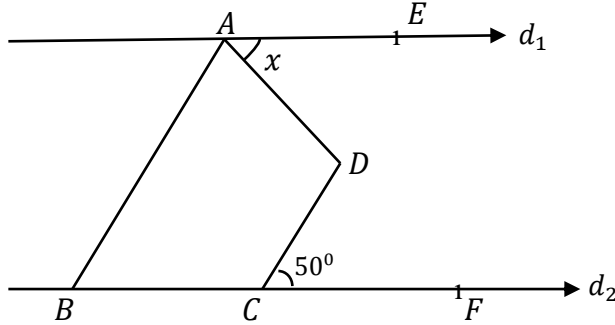
$$\begin{array}{r}
 x^4 - x^2 - 9 \quad | \quad x^2 - x - 3 \\
 -(x^4 - x^3 - 3x^2) \quad | \quad x^2 + x + 3 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 - 9 \quad | \quad \\
 -(x^3 - x^2 - 3x) \quad | \quad \\
 \hline
 3x^2 + 3x - 9 \quad | \quad \\
 -(3x^2 - 3x - 9) \quad | \quad \\
 \hline
 6x \quad | \quad
 \end{array}$$

Dolayısıyla kalan $6x$ olur.

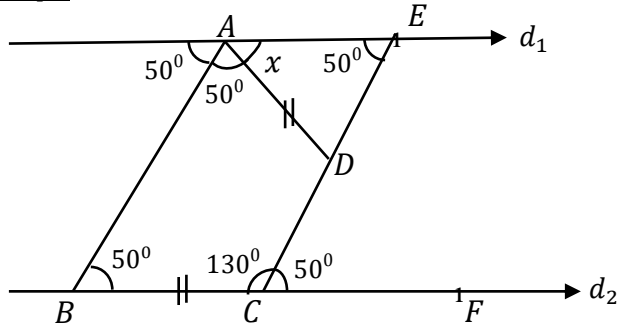
CEVAP: $6x$

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

- 20.** Şekilde, $ABCD$ bir ikizkenar yamuk, $|AD| = |BC|$
 $d_1 \parallel d_2$, $[AB] \parallel [CD]$ ve $m(\widehat{DCF}) = 50^\circ$ dir.
 Buna göre, $m(\widehat{DAE}) = x$ kaç derecedir?



Cevap:



$$x = 80^\circ$$

CEVAP: 80

- 21.** 3 sarı, 2 yeşil ve 1 de beyaz topun bulunduğu bir torbadan çekilen top geri torbaya atılmadan ard arda, rastgele 2 top çekiliyor. Buna göre, çekilen ikinci topun beyaz olma olasılığı nedir?

Cevap:

$$1. \text{ top sarı} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$2. \text{ top beyaz} \Rightarrow \frac{1}{5}$$

$$1. \text{ top yeşil} \Rightarrow \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}$$

$$2. \text{ top beyaz} \Rightarrow \frac{1}{5}$$

$$1. \text{ top beyaz} \Rightarrow \frac{1}{6}$$

$$2. \text{ top beyaz} \Rightarrow 0$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}\right) + \left(0 \cdot \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$$

CEVAP: $\frac{1}{6}$

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

22. $a > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_a(x + 2a)$$

fonksiyonu için $f(8) = 2$ olduğuna göre,

$f(0)$ kaçtır?

Cevap:

$$\log_a(8 + 2a) = 2$$

$$a^2 = 8 + 2a$$

$$a^2 - 2a - 8 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(1)(-8) = 36$$

$$a_1, a_2 = \frac{2 \pm 6}{2} = 4, -2 \quad a = -2 \text{ olamaz.}$$

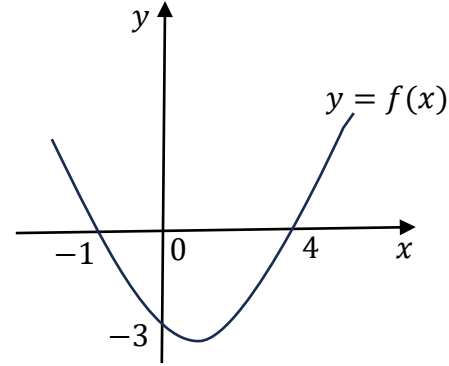
$$f(x) = \log_4(x + 8)$$

$$f(0) = \log_4 8 = \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 4} = \frac{3 \log_{10} 2}{2 \log_{10} 2} = \frac{3}{2}$$

CEVAP: $\frac{3}{2}$

23. Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için,

$-\frac{f(x)}{x^2-1} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x gerçel sayılarının çözüm kümesi nedir?



Cevap:

	-1	1	4
$-f(x)$	-	+	+
$x^2 - 1$	+	-	+
$\frac{-f(x)}{x^2 - 1}$	-	-	+

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

Dolayısıyla Çözüm kümesi $(1,4]$ olur.

CEVAP: $(1,4]$

24. Gerçel sayılarda tanımlı $f(x)$ fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{1}{3}(ax - b)$$

şeklinde tanımlanıyor.

$$f(0) = -4 \text{ ve } (f \circ f)(0) = 2$$

olduğuna göre, ab çarpımı kaçtır?

Cevap:

$$f(0) = -\frac{b}{3} = -4 \Rightarrow b = 12$$

$$f(f(0)) = f(-4) = \frac{1}{3}(-4a - 12)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}(-4a - 12) = 2 \Rightarrow -\frac{4a}{3} - 4 = 2 \Rightarrow -\frac{4a}{3} = 6$$

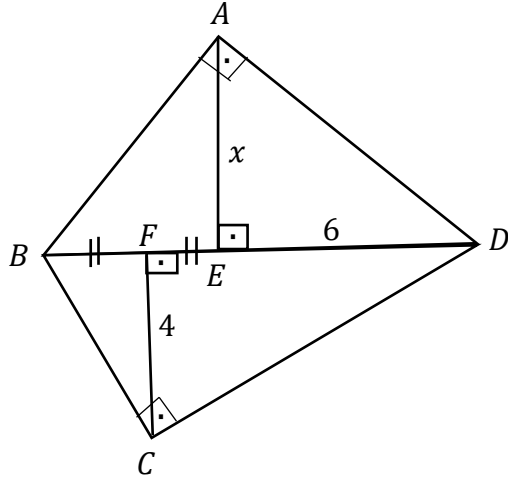
$$\Rightarrow a = -\frac{9}{2}$$

$$ab = \left(-\frac{9}{2}\right)(12) = -54$$

CEVAP: -54

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

25. Şekilde, ABD ve BCD dik üçgen olmak üzere, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BCD}) = 90^\circ$, $[AE] \perp [BD]$, $[CF] \perp [BD]$, $|BF| = |FE|$, $|CF| = 4 \text{ cm}$ ve $|ED| = 6 \text{ cm}$ dir. Buna göre, $|AE| = x$ kaç cm 'dir?



Cevap:

$\widehat{BCD}$ üçgeninden

$$y(y + 6) = 4^2$$

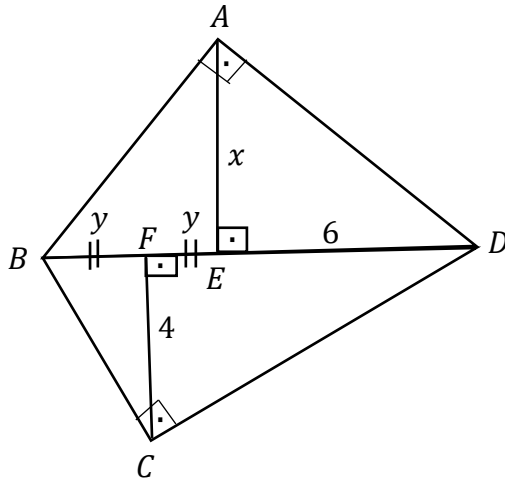
$$y^2 + 6y = 16 \Rightarrow y = 2$$

$\widehat{ABD}$ üçgeninden

$$\Rightarrow 4 \cdot 6 = x^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

CEVAP: $2\sqrt{6}$



26. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $3x^2 - x + m = 0$ denkleminin kökleri $\sin a$ ve $\cos a$ 'dır. Buna göre, m kaçtır?

Cevap:

$$x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{m}{3} = 0$$

$$\cos a + \sin a = \frac{1}{3}$$

$$\cos a \cdot \sin a = \frac{m}{3}$$

$$(\cos a + \sin a)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\cos^2 a + \sin^2 a + 2 \cos a \sin a = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{2m}{3} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2m}{3} = -\frac{8}{9} \Rightarrow m = -\frac{4}{3}$$

CEVAP: $-\frac{4}{3}$

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

27. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \frac{3}{2}$$

eşitliğini sağlayan x değeri nedir?

Cevap:

$$\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{(1 - \cos x)} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \cos x = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

CEVAP: $\frac{\pi}{3}$

28. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sqrt{x+5}-3}{4-x} \right)$

limitinin sonucu nedir?

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{4-x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{4-x} \cdot \frac{\sqrt{x+5}+3}{\sqrt{x+5}+3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+5)-9}{(4-x)(\sqrt{x+5}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{(4-x)(\sqrt{x+5}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(4-x)}{(4-x)(\sqrt{x+5}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(\sqrt{x+5}+3)} = -\frac{1}{6}$$

CEVAP: $-\frac{1}{6}$

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

29. $x > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{ax - 2\sqrt{x}}{x^2 + a} \text{ şeklinde tanımlanıyor.}$$

Buna göre, $f'(1) = 1$ ise a kaçtır?

Cevap:

$$f'(x) = \frac{\left(a - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 + a) - 2x(ax - 2\sqrt{x})}{(x^2 + a)^2}$$

$$f'(1) = \frac{(a - 1)(a + 1) - 2(a - 2)}{(a + 1)^2} = 1$$

$$a^2 + a - a - 1 - 2a + 4 = a^2 + 2a + 1$$

$$4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

CEVAP: $\frac{1}{2}$

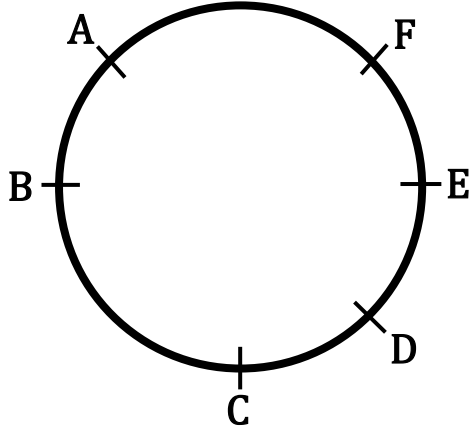
30. 30. soru iptal edilmiştir.

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

Y E D E K S O R U L A R

(Eşitlik halinde değerlendirmeye alınacaktır.)

- 31.** Şekildeki çember üzerinde 6 nokta verilmiştir. Köşeleri bu noktalardan oluşan kaç tane çokgen çizilebilir?



Cevap:

6 nokta ile üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen çizilebilir. Dolayısıyla

$$\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$$

$$= 20 + 15 + 6 + 1$$

= 42 tane çokgen çizilebilir.

CEVAP: 42

- 32.** A, B, C ve D takımlarının katıldığı bir turnuvada toplam 31 gol atılmıştır. A takımı B takımından 5 gol fazla, B takımı da C takımından 3 gol eksik atmıştır. C takımı ile D takımı eşit sayıda gol attıklarına göre, C takımı kaç gol atmıştır?

Cevap:

$$A + B + C + D = 31 \quad (1)$$

$$A = B + 5 \quad (2)$$

$$B = C - 3 \quad (3)$$

$$C = D \quad (4)$$

$$(1) \Rightarrow B + 5 + B + B + 3 + B + 3 = 31$$

$$\Rightarrow 4B + 11 = 31 \quad \Rightarrow 4B = 20 \quad \Rightarrow B = 5$$

$$\Rightarrow C = B + 3 = 5 + 3 = 8$$

CEVAP: 8

28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI BİREYSEL YARIŞMA

33. Bir sınıftaki öğrencilerin %48'i matematikten, %36'sı fizikten, %12'si de her iki dersten başarılı olmuştur. Buna göre, sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin her iki dersten de başarısız olması olasılığı nedir?

Cevap:

$$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F)$$

$$\Rightarrow \frac{48}{100} + \frac{36}{100} - \frac{12}{100} = \frac{84 - 12}{100} = \frac{72}{100}$$

$\frac{72}{100}$ Matematik veya Fizikten başarılı olmuştur.

Hem matematik hemde fizikten başarısız olanlar $\frac{28}{100} = \frac{7}{25}$

CEVAP: $\frac{7}{25}$

34. $\frac{\sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

Cevap:

$$\Rightarrow \sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ = \sin(10 + 40)$$

$$\Rightarrow \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

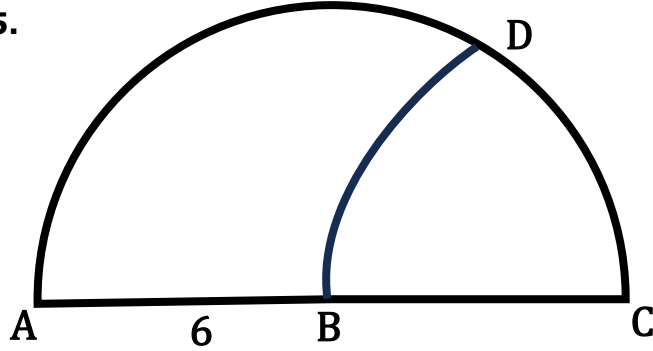
$$\cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ = \cos(50 - 10)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a \quad \frac{\sin 50^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{\cos 40^\circ}{\cos 40^\circ} = 1$$

CEVAP: 1

**28. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI
BİREYSEL YARIŞMA**

35.



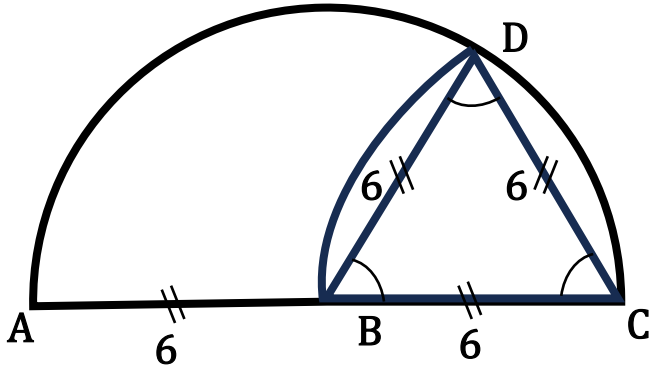
$\widehat{ADC}$, B merkezli yarım çember,

$\widehat{BD}$, C merkezli $[BC]$ yarıçaplı çember yayı

ve $|AB| = 6\text{ cm}$ 'dir.

Yukarıda verilenlere göre, $|\widehat{CD}|$ yayı kaç cm dir?

Cevap:



B merkezli yarım çember ile C merkezli çemberin yarıçap uzunlukları birbirine eşittir. $[DB]$ ve $[DC]$ çizilirse

$|AB| = |BC| = |DC| = |DB| = 6\text{ cm}$ dir.

O halde $\widehat{DBC}$ eşkenar üçgen olur. Buradan

$|\widehat{DC}| = 2\pi \cdot 6 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = 2\pi \text{ cm}$ bulunur.

CEVAP: 2π