

18. Liselerarası Matematik Yarışması

DAÜ MATEMATİK BÖLÜMÜ

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

1 2 3 4 5 6 7

8 9 10 11 12 13 14

15 16 17 18 19 20

21 22 23 24 25

<http://brahms.emu.edu.tr/limay>

1977 yılında doğan bir matematikçi, yaşını soran bir arkadaşına, “Gelecek yıl, yaşım doğum yılımın rakamlarının toplamının yarısının 4 eksiğinin %25’den bir fazlasının 10 katına eşit olacak.” yanıtını veriyor.

Buna göre bu konuşma hangi yılda yapılmıştır?

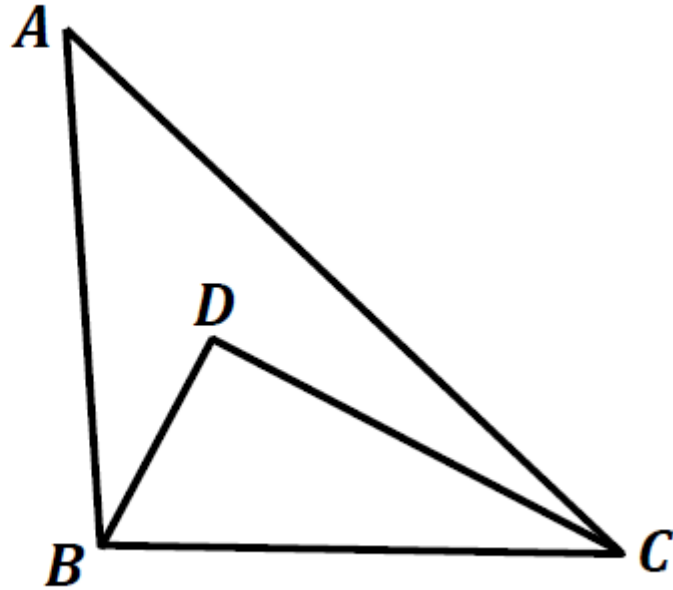
Bir posta kutusuna kaç mektup bırakıldığı dikkate alınmadan, 4 farklı mektup, 5 posta kutusuna kaç farklı şekilde bırakılabilir?

$|x - 2| + |10 - 5x| = 24$ denklemini sađlayan en küçük x değeri kaçtır?

$27^5 \cdot 32^3$ çarpımının $\frac{1}{36^7}$ 'si kaçtır?

z , sanal kısmı sıfırdan farklı bir karmaşık sayı olmak üzere,
 $z^2 = \bar{z}$ olduğuna göre, z sayısının reel (gerçel) kısmı nedir?

Şekildeki ABC
üçgeninde
 $[BD] \perp [DC]$
 $\sphericalangle ABD = \sphericalangle DCB$
 $|BC| = 9 \text{ cm}$
 $|AB| = 12 \text{ cm}$
olduğuna göre
 $|AC|$ kaç cm'dir?



5 elemanlı altküme sayısı, 7 elemanlı altküme sayısına eşit olan bir kümenin 2 elemanlı altküme sayısı kaçtır?

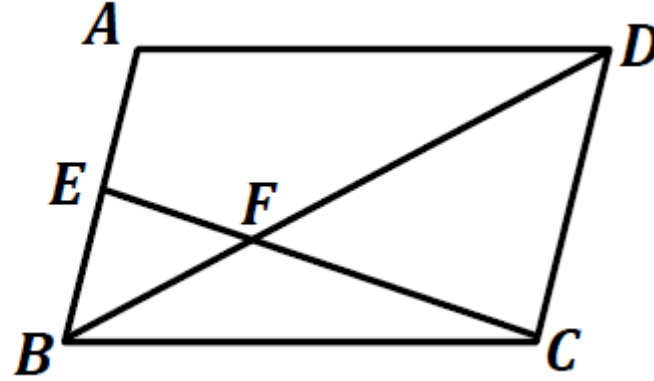
$ABCD$ paralelkenar

$$|EB| = |AE|$$

olduğuna göre

$$|EF|/|FC|$$

oranı kaçtır?



Pozitif tamsayılar kümesinde tanımlı “ \star ” işlemi

$$x^3 \star \sqrt[3]{y} = 3x + 5y \text{ olduğuna göre,}$$

$64 \star 3$ işleminin sonucu nedir?

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = 5x - 3$ fonksiyonu veriliyor.
 $(f \circ f)(a) = 32$ olduğuna göre, $f^{-1}(a)$ 'nin sayısal değeri kaçtır?

8^{x-2} sayısının %25'i, 128 ise, x kaçtır?

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere

$\sin x = 5/13$ ise, $(\tan x + \cot x + \sec x)$ toplamının sayısal değeri kaçtır?

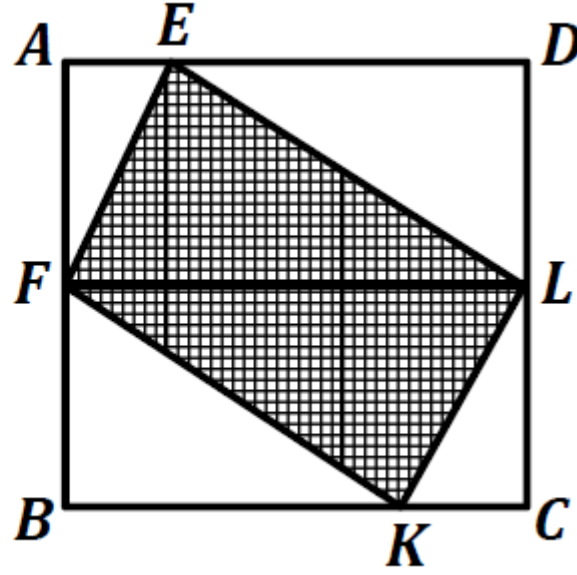
Kendi içinde rakamları birbirinden farklı olan, 4 tane iki basamaklı farklı çift sayının toplamları 354'tür. Buna göre bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?

$y = f(x)$ fonksiyonu $x = 5$ noktasında sürekli olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 12$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

$ABCD$ bir dik kare,
 F ve L buldukları
kenarların orta noktası,
 $ABCD$ karesinin alanı
 40 cm^2 olduğuna göre,
taralı bölgenin alanı kaç
 cm^2 olur?

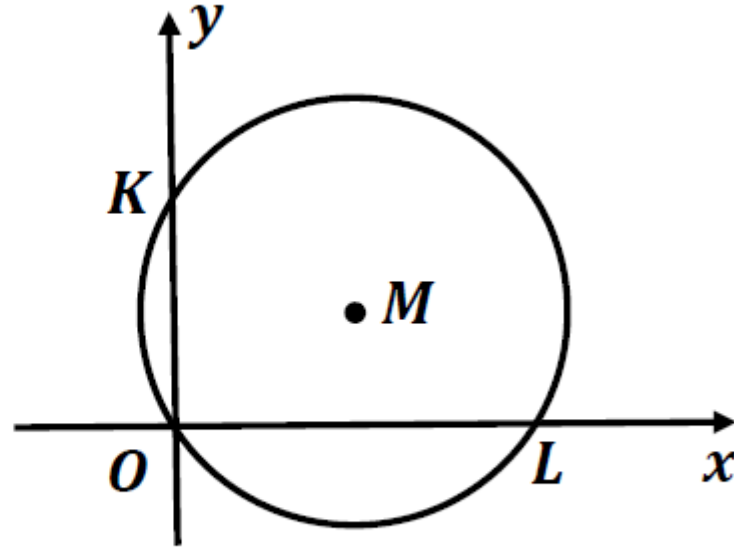


$\int_0^{\pi} |\sin 2x| dx$ belirli integralinin sonucu nedir?

$$\log_3(21 + \log_2(x + 60)) = 3$$

olduğuna gore, x kaçtır?

Yandaki şekilde,
orijinden geçen
 M merkezli çember,
eksenleri $K(0, 4)$ ve
 $L(6, 0)$ noktalarında
kesmektedir.



Buna göre çemberin
Denklemi nedir?

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ birebir örten bir fonksiyon olmak üzere,

$f(x) = f^{-1}(x) + 2$ ise, $(f \circ f)(-4)$ kaçtır?

$y = f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktaları $A(1, 3)$ ve $B(2, 4)$ olmak üzere,

$$\int_1^2 2f''(x)f'(x) dx \quad \text{integralinin değeri kaçtır?}$$

$f(x) = x^2 + 3x + 5$ fonksiyonuna, üzerindeki $A(2, a)$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

$x^2 - 3x + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 'dir ($x_1 > x_2$).

$$f(x) = 3x + 1 \text{ ve } A = \sum_{n=1}^2 [x_n f(x_n)]$$

olduğuna göre A kaçtır?

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = ax^3 + bx - 4$ fonksiyonunun $A(-1, 0)$ noktasında yerel maksimum olduğuna göre b kaçtır?

21 000 000 sayısının asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

$ABCD$ dikdörtgeninde,

$[DE] \perp [EC]$

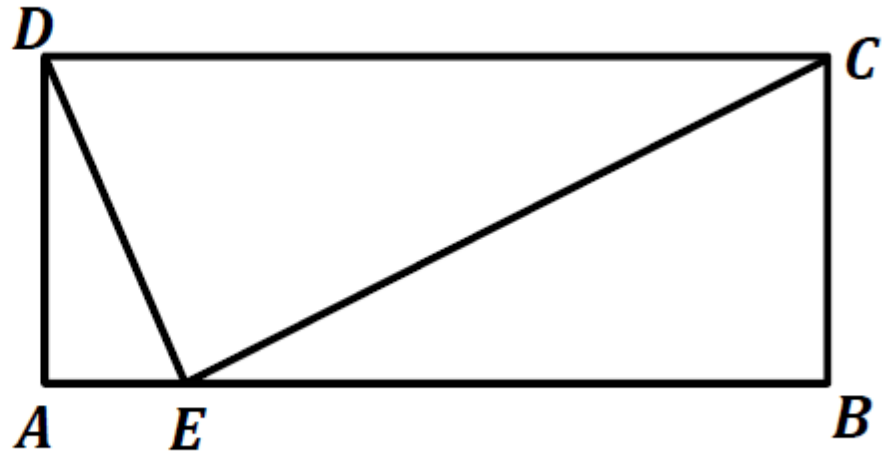
$\angle ADE = 30^\circ$

$|BC| = 6$ cm

olduğuna göre

$ABCD$ dörtgeninin alanı

kaç cm^2 olur?



Konuşmanın yapıldığı yıldan bir yıl sonra, matematikçinin yaşı

$$\left[\left[\left[\left[1 + 9 + 7 + 7 \right] \times \frac{1}{2} \right] - 4 \right] \times \frac{1}{4} \right] + 1 \times 10 = 30 \text{ olur}$$

Konuşmanın yapıldığı yıl, matematikçi 29 yaşında olur. 1977 doğumlu olduğuna göre, konuşma $1977 + 29 = 2006$ yılında yapılmıştır.

CEVAP: 2006

Her mektup için 5 alternatif olduğundan, $5^4 = 625$ farklı şekilde.

CEVAP: 625

$$|x - 2| + |10 - 5x| = 24$$

$$6|x - 2| = 24 \rightarrow |x - 2| = 4$$

$$x - 2 = 4 \rightarrow x = 6$$

$$x - 2 = -4 \rightarrow x = -2$$

CEVAP: -2

$$27^5 \cdot 32^3 \cdot \frac{1}{36^7} = \frac{3^{15} \cdot 2^{15}}{6^{14}} = \frac{3^{15} \cdot 2^{15}}{2^{14} \cdot 3^{14}} = 2 \cdot 3 = 6$$

CEVAP: 6

$z = x + iy$ olsun. $y \neq 0$ 'dır.

$z^2 = \bar{z} \rightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = x - iy$ olur. Buradan,

$x^2 - y^2 = x$ ve $2xy = -y$ elde edilir. İkinci denklemden

$2xy + y = 0$ ve $y(2x + 1) = 0$ bulunur. $y \neq 0$ olduğundan,

$2x + 1 = 0$ ve $x = -1/2$ sonucuna varılır.

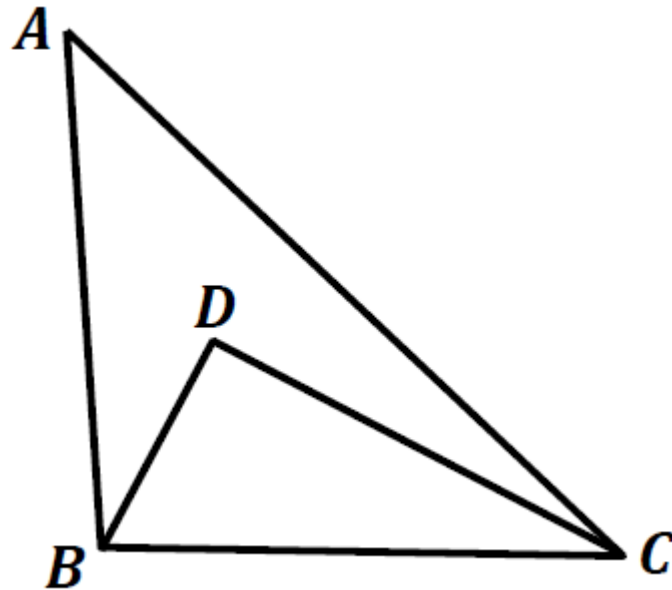
CEVAP: $-1/2$

$\sphericalangle ABD = \sphericalangle DCB$ olduğundan, $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ elde edilir.

ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısı uygulanarak,

$$|AC| = \sqrt{144 + 81} = 15 \text{ cm elde edilir.}$$

CEVAP: 15



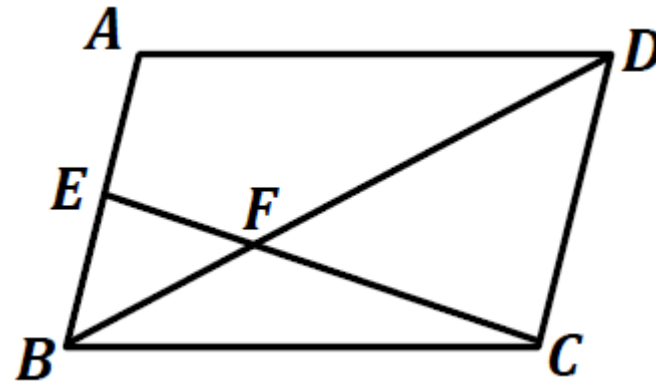
$$\binom{n}{5} = \binom{n}{7} \rightarrow n = 12$$

$$\binom{12}{2} = \frac{11 \cdot 12}{2} = 66$$

CEVAP: 66

$|EB| = |AE| = k$ olduğundan, $|DC| = 2k$ olur. EFB üçgeni ile CFD üçgeni benzer üçgenlerdir. Benzerlik oranı $1/2$ olduğundan $|EF|/|FC| = 1/2$ elde edilir.

CEVAP: 1/2



$$64 \star \sqrt[3]{27} = 4^3 \star 27 = 3 \cdot 4 + 5 \cdot 27 = 147$$

CEVAP: 147

$$(f \circ f)(a) = 32$$

$$f(f(a)) = f(5a - 3) = 5(5a - 3) - 3 = 32$$

$$25a - 18 = 32 \rightarrow 25a = 50 \rightarrow a = 2$$

$$f^{-1}(a) = f^{-1}(2) = b \text{ olsun. } f(b) = 2 \text{ olacağından,}$$

$$5b - 3 = 2 \rightarrow b = 1 \text{ olur. Böylece } f^{-1}(a) = f^{-1}(2) = 1$$

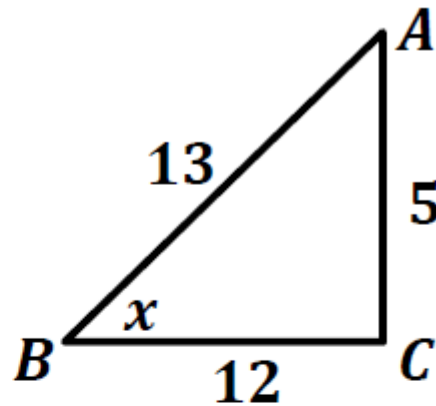
CEVAP: 1

$$\frac{8^{x-2}}{4} = 128 = 2^7 \rightarrow 2^{3x-6} \cdot 2^{-2} = 2^7 \rightarrow 2^{3x-8} = 2^7$$

$$3x - 8 = 7 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

CEVAP: 5

Yandaki dik üçgenden
 $|BC| = 12$ olur.



$$\begin{aligned}(\tan x + \cot x + \sec x) &= -\frac{5}{12} - \frac{12}{5} - \frac{13}{12} \\ &= -\frac{12}{5} - \frac{18}{12} = \frac{-144 - 90}{60} \\ &= \frac{-234}{60} = \frac{-39}{10} = -3.9\end{aligned}$$

CEVAP: -3.9

$354 - (98 + 96 + 94) = 66$ elde edilir. Bu sayının rakamları aynı olduğundan en küçük sayı olamaz. En küçük sayı en az 68 olur.

CEVAP: 68

$y = f(x)$ fonksiyonu $x = 5$ noktasında sürekli olduğundan,

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(5) \text{ olur.}$$

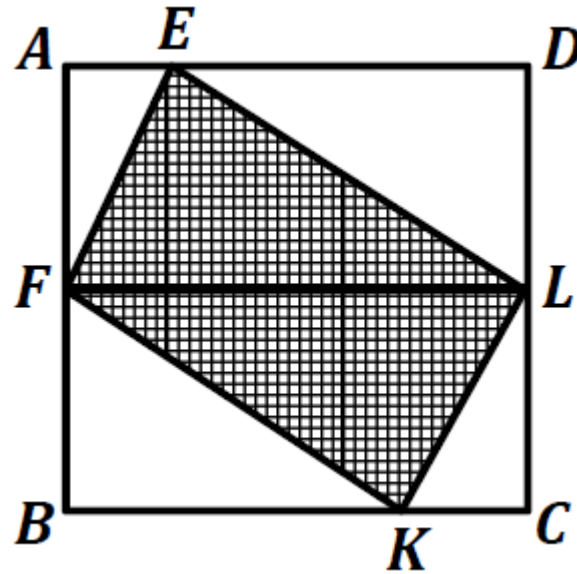
böylece, $f(5) = 12/2 = 6$ elde edilir.

CEVAP: 6

$ABCD$ bir kare ve alanı 40 cm^2 olduğuna göre,
bir kenarı $2\sqrt{10}$ cm olur.

$$A(FKL) = A(FEL) = \frac{2\sqrt{10} \times \sqrt{10}}{2} = 10$$

Taralı alan = 20 cm^2 elde edilir

**CEVAP: 20**

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} |\sin 2x| dx &= \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \sin 2x dx \\ &= -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{2} \cos 2x \Big|_{\pi/2}^{\pi} = 2\end{aligned}$$

CEVAP: 2

$$21 + \log_2(x + 60) = 3^3 = 27$$

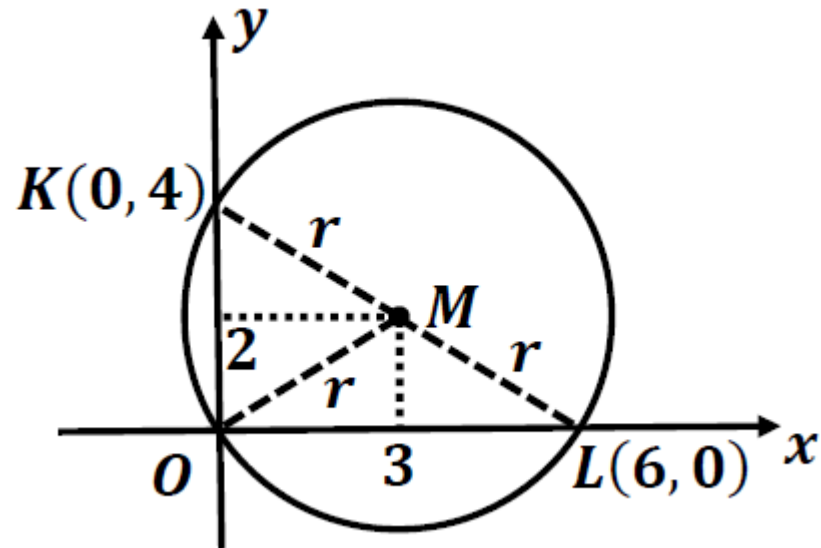
$$\log_2(x + 60) = 6 \rightarrow x + 60 = 2^6 \rightarrow x = 4$$

CEVAP: 4

Merkez $O(3, 2)$ ve yarıçap $r = \sqrt{13}$ olur.

Çemberin denklemi

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 13$$



$$\text{CEVAP: } (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 13$$

$f(x) = f^{-1}(x) + 2$ ifadesinde x yerine $f(x)$ yazılırsa,
 $f(f(x)) = f^{-1}(f(x)) + 2$ olur. Buradan,
 $(f \circ f)(x) = x + 2$ bulunur. Böylece,
 $(f \circ f)(-4) = -4 + 2 = -2$ elde edilir.

CEVAP: -2

$$\int_1^2 2f''(x)f'(x) dx = [f'(x)]^2 \Big|_1^2 = [f'(2)]^2 - [f'(1)]^2$$

diğer yandan A ve B noktaları ekstremum olduğu için,
 $f'(2) = f'(1) = 0$ olur.

$$\int_1^2 2f''(x)f'(x) dx = 0 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: 0

$$x = 2 \rightarrow y = 4 + 6 + 5 = 15$$

$$f'(x) = 2x + 3 \rightarrow f'(2) = 7$$

$$\text{Teğetin denklemi: } y - 15 = 7(x - 2) \rightarrow y = 7x + 1$$

$$\text{CEVAP: } y = 7x + 1$$

$$\begin{aligned}A &= \sum_{n=1}^2 [x_n f(x_n)] = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) \\&= x_1(3x_1 + 1) + x_2(3x_2 + 1) \\&= 3x_1^2 + x_1 + 3x_2^2 + x_2 \\&= 3(x_1^2 + x_2^2) + x_1 + x_2 \\&= 3[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] + x_1 + x_2 \\&= 3[(3)^2 - 2(2)] + 3 = 18\end{aligned}$$

CEVAP: 18

$A(-1, 0)$ noktası $f(x) = ax^3 + bx - 4$ eğrisi üzerinde bulunduğundan, $-a - b - 4 = 0$ ve

$$a + b = -4 \dots\dots(1)$$

Diğer yandan da, $x = -1$ de yerel maksimum bulunduğundan $f'(x) = 3ax^2 + b$ ve

$$f'(-1) = 3a + b = 0 \dots\dots(2)$$

(1) ve (2) numaralı denklemler çözülürse,

$2a = 4$ ve $a = 2$, buradan da $b = -6$ bulunur.

CEVAP: -6

$$\begin{aligned}21\ 000\ 000 &= 21 \times 10^6 = (3 \times 7)(2 \times 5)^6 \\ &= 3 \times 7 \times 2^6 \times 5^6\end{aligned}$$

asal çarpanlar 2, 3, 5, 7 toplamları ise $2 + 3 + 5 + 7 = 17$ olur.

CEVAP: 17

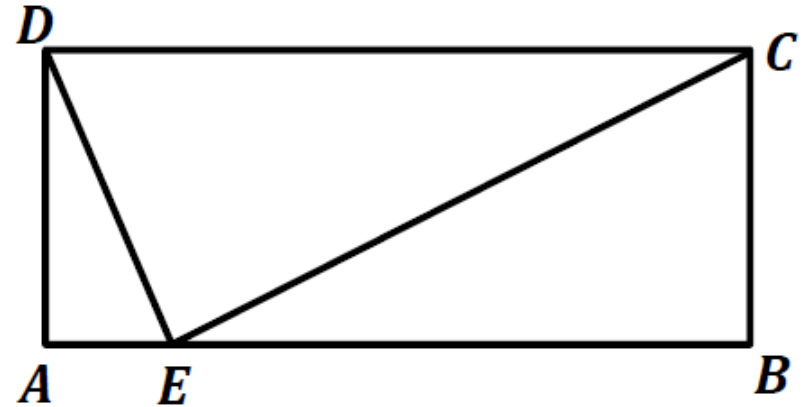
$$|BC| = |AD| = 6$$

$$|AE| = |AD| \tan 30^\circ = 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$|EB| = |BC| \div \tan 30^\circ = 6\sqrt{3}$$

$$|AB| = |AE| + |EB| = 8\sqrt{3}$$

$$\text{Alan}(ABCD) = 6 \cdot 8\sqrt{3} = 48\sqrt{3} \text{ olur.}$$



CEVAP: $48\sqrt{3}$