

20. LİSELERARASI
MATEMATİK YARIŞMASI

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

<http://brahms.emu.edu.tr/limay>

a , b ve c gerçel sayıları için,

$$2^a = 3, \quad 3^b = 4 \quad \text{ve} \quad 4^c = 8$$

olduğuna göre,

$a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır?

x pozitif bir tam sayı olmak üzere,

x tane x in çarpımının, x tane x^x in toplamına oranı

$\frac{a}{bx^k}$ olduğuna göre,

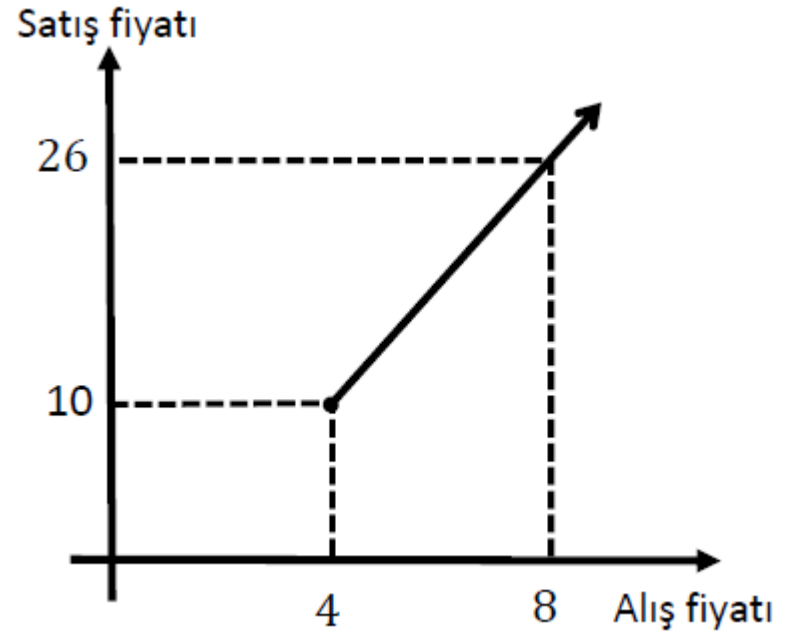
$a + b + k$ kaçtır?

$t^2 = t + 1$ ve $t^5 = at + b$ olduğuna göre,
 $a + b$ kaçtır?

Ali, parasının $1/20$ sini Cem'e verdiği zaman, Cem'in parası, mevcut parasının $5/4$ ü kadar artıyor.

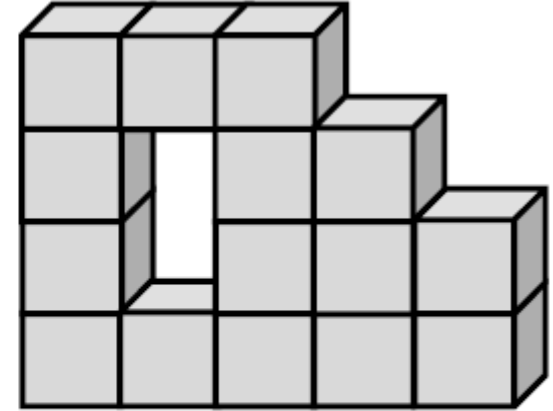
Buna göre, Ali'nin parasının Cem'in parasına oranı kaçtır?

Verilen grafiğe göre, 90 TL ye satılan bir malın, alış fiyatı nedir?



Yandaki şekilde gösterilen, kenar uzunlukları 1 er metre olan küplerle oluşturulmuş 3 boyutlu cismin tabanı hariç tüm yüzeyi, boyanacaktır.

1 litre boya ile 5 metre karelik yüzey boyanabildiğine göre kaç litre boyaya ihtiyaç vardır?



A ve B kümeleri için

$$S(A \cap B) = 3$$

$$S(B) = 3S(A \setminus B)$$

$$2S(A) = S(A \cup B)$$

olduğuna göre, A kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

$\mathcal{R} - \{0\}$ kümesinde tanımlanan

$$x \boxtimes y = \frac{x \cdot y}{x + y - 1}$$

işlemine göre, yutan eleman nedir?

$$(m - 2)x^2 + mx + m - 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1$$

olduğuna göre,

m nin alabileceği değerler kümesi ne olur?

Şekilde verilen çemberde,

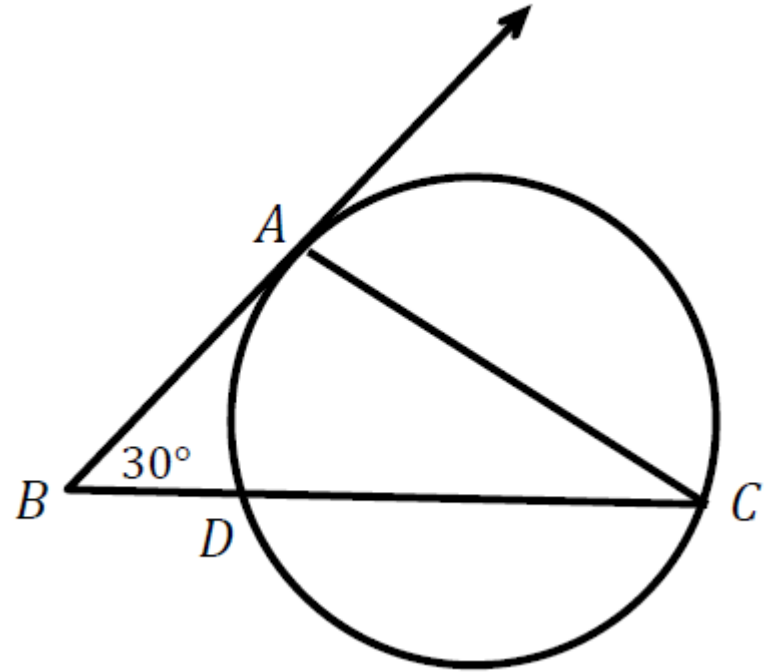
A teğetin değme noktası

$$|AC| = |DC|$$

$$m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?



$3 + 2i$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersinin sanal kısmı nedir?

n sayısı taban olmak üzere,

$$(26)_n + (54)_n = (113)_n$$

ise, n kaçtır?

$$\left(\frac{1}{x^3} - 2x\right)^6$$

açılımında orta terimin katsayısı kaçtır?

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olmak üzere

$$\tan \alpha = -\frac{3}{4} \text{ ise}$$

$\cos^2 \alpha + \sin 2\alpha$ nın değeri kaçtır?

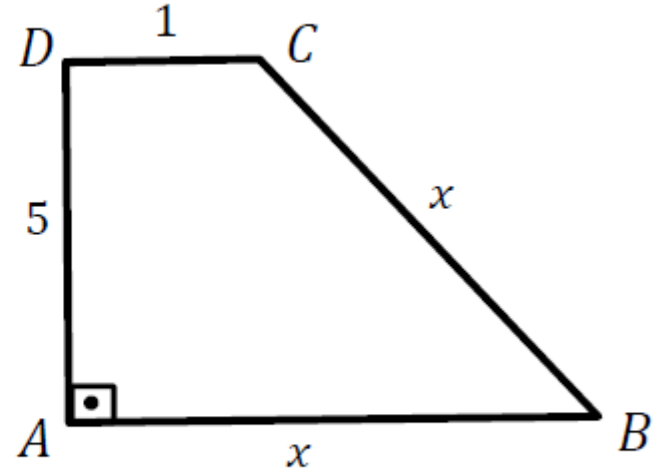
$ABCD$ dik yamuk,

$[AB] \perp [AD]$,

$|DC| = 1$ cm

$|AD| = 5$ cm ve,

$|BC| = |AB| = x$ olduğuna göre,
yamuğun alanı kaç cm^2 dir?



İçinde 4 sarı, 6 yeşil ve 2 de beyaz top bulunan bir torbadan, çekilen top geri konmamak koşuluyla, ardarda 3 top çekiliyor. Çekilen 3 topun farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

$$2 \log_5(x + 1) + \log_4 16 = \log_5[25(x^2 + 1)]$$

eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x+1} & x > 1 \\ a \cdot b & x = 1 \\ x + 2 & x < 1 \end{cases}$$

olarak verilen $f(x)$ fonksiyonu reel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, $a + b$ nin sayısal değeri kaçtır?

$$f(x) = \ln(3x - 1)$$

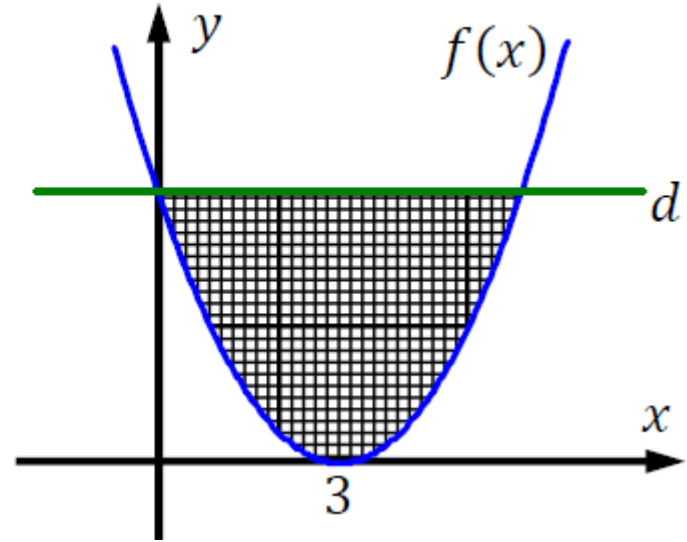
olduğuna göre,

$$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) \text{ kaçtır?}$$

Şekilde gösterilen

$$y = f(x) = (x - 3)^2 \text{ ile}$$

yatay d doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



$$x^2 - (m + 3)x + 2m + 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1^2 + x_2^2$ nin alabileceği en küçük değer nedir?

$0 < x < 90^\circ$ olmak üzere,

$$\frac{4}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$$

olduğuna göre, $\sin 2x$ in sayısal değeri nedir?

Alkol oranı %10 olan 40 litrelik homojen alkol – su karışımının kaç litresi boşaltılırsa, karışımda 18 litre su olur?

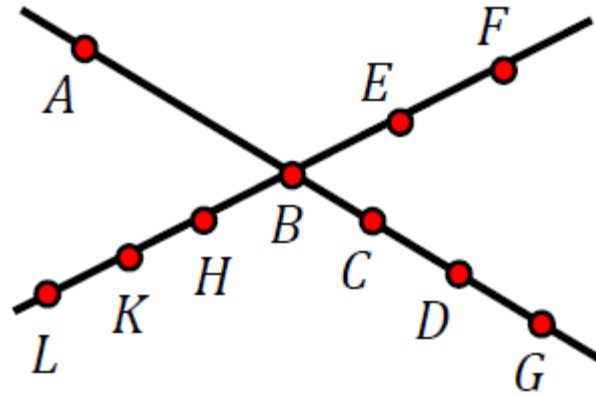
Kahve fiyatının çay fiyatından %50 daha fazla olduğu bir pastanedeki iki farklı masada sadece çay ve kahve içilmiştir. Bu masalardan;

birincisinde x tane çay, y tane kahve;

ikincisinde ise y tane çay, x tane kahve içilmiřtir.

İkinci masa birinci masadan %25 fazla ödeme yaptığına göre, x/y oranı kaçtır?

Şekildeki noktalar birleştirilerek kaç tane üçgen oluşturulabilir?



$$4^c = 8 \rightarrow (2^2)^c = 2^3 \rightarrow 2c = 3 \text{ ve } c = 3/2$$

$$2^a = 3 \rightarrow (2^a)^b = 3^b, \quad 3^b = 4 \text{ olduğundan,}$$

$$(2^a)^b = 3^b = 4 \rightarrow a \cdot b = 2 \text{ olur.}$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3 \text{ elde edilir.}$$

CEVAP: 3

$$A = x \cdot x \cdot \dots \cdot x = x^x$$

$$B = x^x + x^x + \dots + x^x = x x^x = x^{x+1}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{x^x}{x^{x+1}} = \frac{1}{x}$$

$$a + b + k = 3$$

CEVAP: 3

$$\begin{aligned}t^2 = t + 1 &\rightarrow t^4 = t^2 + 2t + 1 \\ &= (t + 1) + 2t + 1 \\ &= 3t + 2\end{aligned}$$

$$t^5 = t(3t + 2) = 3t^2 + 2t = 3(t + 1) + 2t = 5t + 3$$

$$a + b = 8$$

CEVAP: 8

Ali'nin parası A TL, Cem'in parası C TL olsun. Verilenlere göre,

$$\frac{A}{20} = \frac{5C}{4} \rightarrow \frac{A}{C} = 25 \text{ olur.}$$

CEVAP: 25

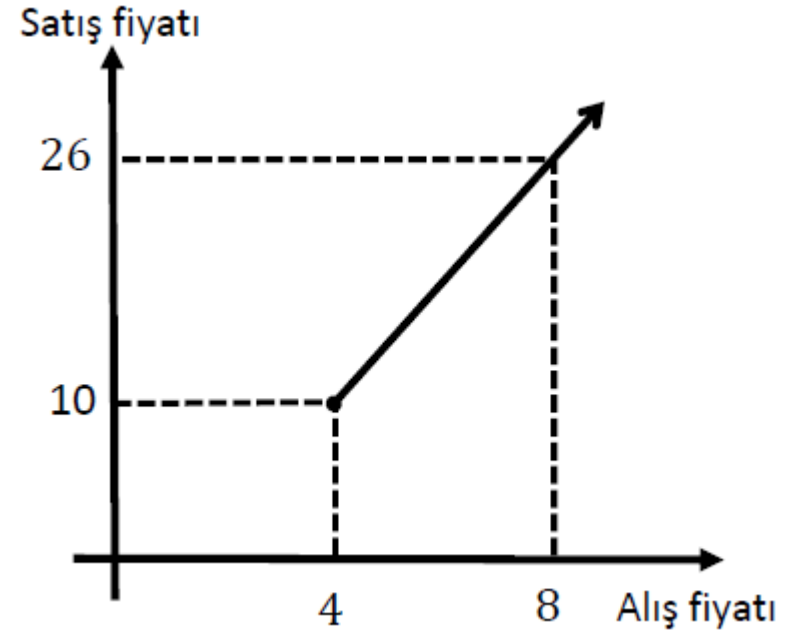
Doğrunun eğimi ve denklemi,

$$m = \frac{26 - 10}{8 - 4} = 4$$

$$y - 10 = 4(x - 4)$$

$$y = 4x - 6 \text{ olur.}$$

$$y = 90 \text{ iken, } x = 24 \text{ olur}$$



CEVAP: 24

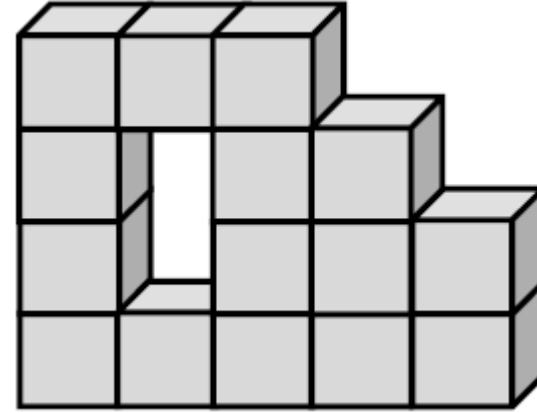
Cismin boyanacak toplam yüzey alanını bulalım:

Ön ve arka yüzler: 15'er birim kare

Sağ ve sol yüzler: 4'er birim kare

Üst yüz: 5 birim kare

Ortadaki boşluk: 6 birim kare



Böylece cismin boyanacak yüzeyi 49 birim kare olur.

1 litre boya ile 5 metre kare boyanabildiğine göre, $49 \div 5 = 9.8$ litre boyaya ihtiyaç vardır.

CEVAP: 9.8

$$S(B) = 3S(A \setminus B)$$

$$\boxed{3 + y = 3x} \quad (1)$$

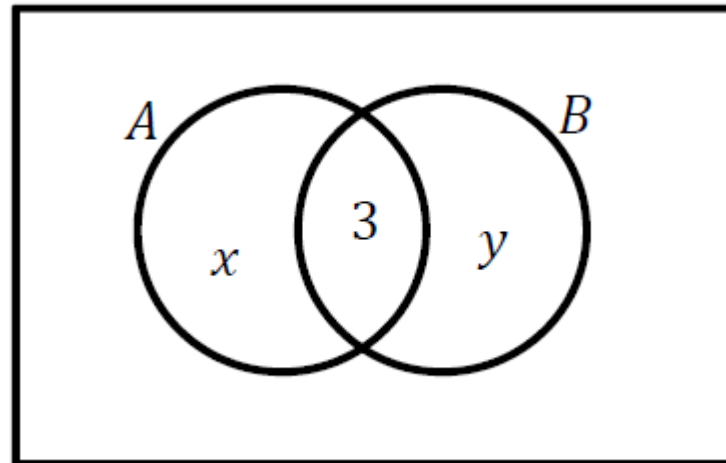
$$2S(A) = S(A \cup B)$$

$$2x + 6 = x + y + 3$$

$$\boxed{x - y = -3} \quad (2)$$

(1) ve (2) çözüldüğünde,

$x = 3$ ve $y = 6$ elde edilir.



A kümesinin 6 elemanı vardır.

4 elemanlı alt kümelerinin sayısı:

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15 \text{ olarak elde edilir.}$$

CEVAP: 15

m yutan eleman olsun, $\forall x \in \mathcal{R} - \{0\}$ için,

$x \boxtimes m = m$ olmalıdır.

$$x \boxtimes m = \frac{x \cdot m}{x + m - 1} = m$$

$$x \cdot m = x \cdot m + m^2 - m$$

$$m^2 - m = 0 \rightarrow m(m - 1) = 0$$

$m = 0$ tanım kümesinde değildir.

$m = 1$ yutan eleman 1 olur.

CEVAP: 1

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1 \rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} > 1$$

$$\frac{\frac{m}{m-2}}{\frac{m-1}{m-2}} > 1 \rightarrow \frac{m}{m-1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{1}{m-1} > 0$$

$m - 1 > 0$ ve $m > 1$ olmalıdır.

$m = 2$ olamaz.

Böylece m değerleri $(1, \infty) - \{2\}$ kümesinde olur

CEVAP: $(1, \infty) - \{2\}$

$3 + 2i$ nin çarpmaya göre tersi T olsun.

$$(3 + 2i) \cdot T = 1$$

$$T = \frac{1}{3 + 2i} = \frac{(3 - 2i)}{(3 + 2i)(3 - 2i)} = \frac{3 - 2i}{9 - 4i^2} = \frac{3 - 2i}{13}$$

T nin sanal kısmı $-2/13$

CEVAP: $-2/13$

$$(26)_n + (54)_n = (113)_n$$

$$6 \cdot n^0 + 2 \cdot n + 4 \cdot n^0 + 5 \cdot n = 3 \cdot n^0 + 1 \cdot n + 1 \cdot n^2$$

$$7n + 10 = n^2 + n + 3$$

$$n^2 - 6n - 7 = 0$$

$$(n - 7)(n + 1) = 0$$

$n = -1$ bu mümkün değil.

$$n = 7$$

CEVAP: 7

$$(x + y)^n = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n} y^n$$

$$\left(\frac{1}{x^3} - 2x\right)^6 = \dots - \underbrace{\binom{6}{3} \left(\frac{1}{x^3}\right)^3 (2x)^3}_{\text{orta terim}} + \dots$$

$$= -20 \left(\frac{8x^3}{x^9}\right) = -160 \frac{1}{x^6}$$

CEVAP: - 160

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \text{ ve } \cos \alpha = -\frac{4}{5} \text{ olur.}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin 2\alpha = \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{16}{25} - \frac{24}{25} = -\frac{8}{25}$$

CEVAP: $-\frac{8}{25}$

$$x^2 = 25 + (x - 1)^2$$

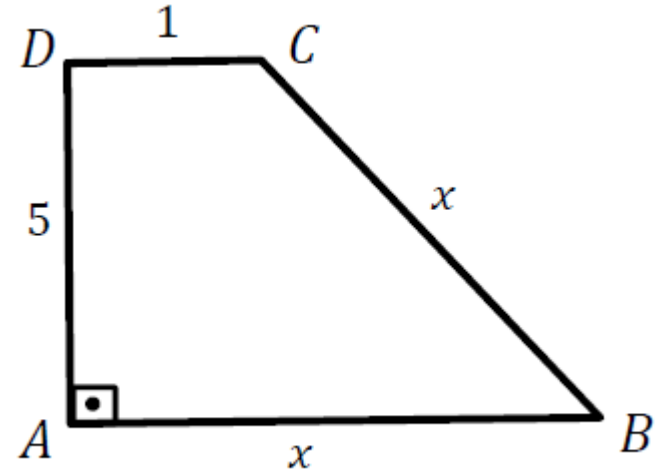
$$x^2 = 25 + x^2 - 2x + 1$$

$$x = 13$$

Yamuğun alanı,

$$A = \frac{(13 + 1) \cdot 5}{2} = 35 \text{ cm}^2$$

CEVAP: 35



İçinde 4 sarı, 6 yeşil ve 2 de beyaz top bulunan bir torbadan, çekilen top geri konmamak koşuluyla, ardarda 3 top çekiliyor.

Çekilen 3 topun farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

$$P = \frac{\binom{4}{1} \binom{6}{1} \binom{2}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 2}{\frac{12!}{9 \cdot 3!}} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 2}{\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2}} = \frac{12}{55}$$

CEVAP: 12/55

$$2 \log_5(x + 1) + \log_4 16 = \log_5[25(x^2 + 1)]$$

$$\log_5(x + 1)^2 + 2 = \log_5[25(x^2 + 1)]$$

$$\log_5 25(x + 1)^2 = \log_5[25(x^2 + 1)]$$

$$25(x + 1)^2 = 25(x^2 + 1)$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 1$$

$$2x = 0 \quad \text{ve} \quad x = 0$$

CEVAP: {0}

$x = 1$ de sürekli olmalı

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a}{x+1} = a \cdot b = \lim_{x \rightarrow 1^-} x+2 = 3$$

$$\frac{a}{2} = a \cdot b = 3$$

$a = 6$ ve $b = 1/2$ elde edilir.

$$a + b = \frac{13}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x+1} & x > 1 \\ a \cdot b & x = 1 \\ x+2 & x < 1 \end{cases}$$

CEVAP: 13/2

$$f(x) = \ln(3x - 1)$$

$$f^{-1}(0) = a \rightarrow f(a) = 0 \rightarrow \ln(3a - 1) = 0$$

$$\rightarrow 3a - 1 = 1 \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f'(x) = \frac{3}{3x - 1} \rightarrow f'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2 - 1} = 3$$

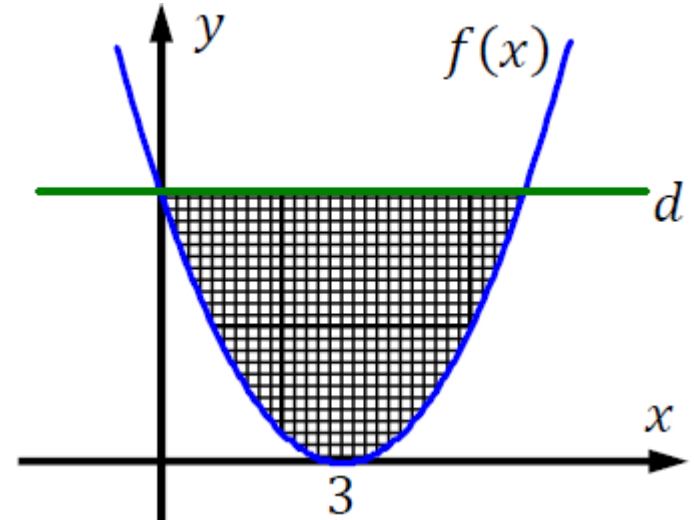
$$(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$f^{-1}(0) + (f^{-1})'(0) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

CEVAP: 1

$f(0) = 9$ ve parabol $x = 3$ doğrusu etrafında simetrik olduğundan, taralı bölge $0 \leq x \leq 6$ aralığındadır.

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \int_0^6 [9 - (x - 3)^2] dx \\ &= \int_0^6 [9 - (x^2 - 6x + 9)] dx \\ &= \int_0^6 [-x^2 + 6x] dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 \right]_0^6 \\ &= -72 + 108 = 36 \end{aligned}$$

**CEVAP: 36**

$x_1 + x_2 = -(m + 3)$ ve $x_1x_2 = 2m + 1$ olur.

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= (-(m + 3))^2 - 2(2m + 1)\end{aligned}$$

$$f(m) = m^2 + 2m + 7$$

Bu fonksiyonun en küçük değeri,

$f'(m) = 2m + 2 = 0$, yani $m = -1$ için elde edilir. Buna göre en küçük değer $f(-1) = 1 - 2 + 7 = 6$ olarak elde edilir.

CEVAP: 6

$$\frac{4}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$$

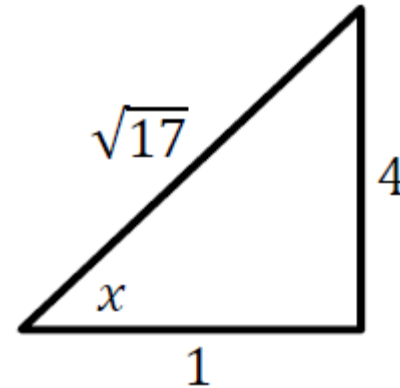
$$\frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{4}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \frac{4}{\sqrt{17}}$$

$$= \frac{8}{17}$$

$$0 < x < 90^\circ$$

**CEVAP: 8/17**

Alkol oranı %10 olan 40 litrelik homojen bir karışımın x litresi boşaltılırsa kalan $(40 - x)$ litrelik karışımın alkol oranı yine %10 olur.

Alkol oranı %10 ise su oranı %90 dır.

Buna göre,

$$\frac{9}{10}(40 - x) = 18$$

$x = 20$ litre bulunur.

CEVAP: 20

Çay fiyatı A olsun. Bu durumda kahve fiyatı $3A/2$ olur.

Masalarda ödenen hesaplar;

Birinci masa: $Ax + \frac{3A}{2}y$ İkinci masa: $Ay + \frac{3A}{2}x$ şeklindedir.

İkinci masa birinci masadan %25 fazla ödeme yaptığı için,

$$Ay + \frac{3A}{2}x = \frac{5}{4} \left(Ax + \frac{3A}{2}y \right) \text{ olmalıdır. } \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4} \right) Ax = \left(\frac{15}{8} - 1 \right) Ay$$

$$\frac{x}{y} = \frac{7/8}{1/4} = \frac{7}{2} \text{ elde edilir.}$$

CEVAP: 7/2

B kullanılarak,

$$\binom{5}{1} \binom{4}{1} = 20$$

B kullanılmadan,

$$\binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} = 70$$

Toplam 90 tane üçgen oluşturulabilir.

CEVAP: 90

