

20. LİSELERARASI  
**MATEMATİK YARIŞMASI**

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

<http://brahms.emu.edu.tr/limay>

$ab$  iki basamaklı bir sayı ve  $a \neq b$  olmak üzere,

$ab$  nin  $a + b$  ye bölümü 5 ve kalan 4 ise,  $ab$  sayısı nedir?

$$x < |x| < x^2$$

eşitsizliğin sağlanabilmesi için  $x$  hangi aralıkta olmalıdır?

$a < b$  ve  $c < 0$  olmak üzere,

- I.  $a < (a + b)/2 < b$
- II.  $2ac < (a + b)c$
- III.  $(a/(-c)) < (b/(-c))$
- IV.  $4a < 2(a + b) < 4b$

ifadelerinden hangisi veya hangileri her zaman doğrudur?

Herbiri 4 basamaklı ve birbirinden farklı 4 tamsayının toplamı 33002 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü, en az kaç olur?

$ABC$  dik üçgeninde

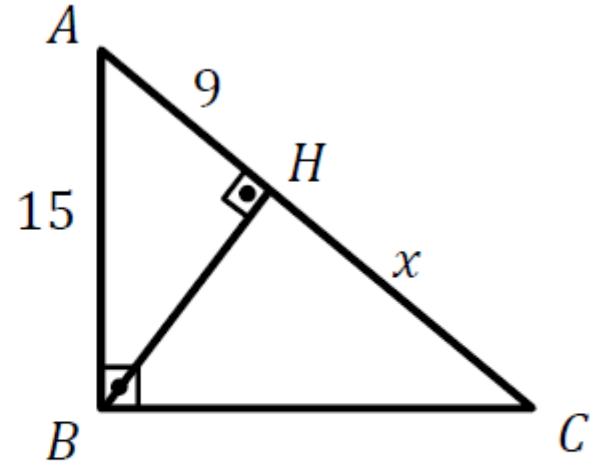
$$[AB] \perp [BC]$$

$$[AC] \perp [BH]$$

$$|AB| = 15 \text{ cm}$$

$$|AH| = 9 \text{ cm}$$

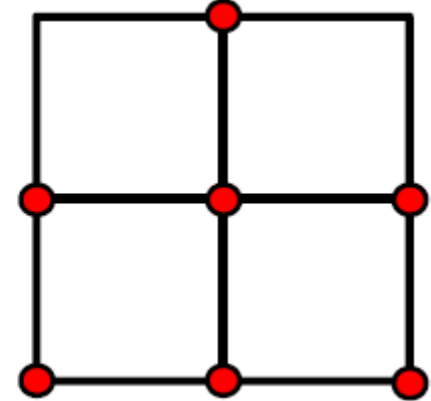
olduğuna göre,  $|HC| = x$  kaç cm dir?



$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-200} + (27)^{34}$$

sayısının %30 fazlası  $a \cdot 3^b$  ve  $a$  asal olduğuna göre,  
 $a + b$  toplamı kaçtır?

Yandaki şekilde gösterilen 7 nokta, eş karelerin köşeleri üzerinde bulunmaktadır. Bu 7 noktadan rastgele seçilen 3 noktanın bir üçgen oluşturma olasılığı nedir?





$$f(x) = \frac{1}{|x| \sqrt{6 - |x - 3|}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı nedir?

$n$  elemanlı bir kümenin,  $r$  li bütün kombinasyonlarının sayısı  $C(n, r)$  ile gösterildiğine göre,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n, 1) \cdot C(n, 4)}{C(n, 2) \cdot C(n, 3)}$$

limitinin değeri kaçtır?

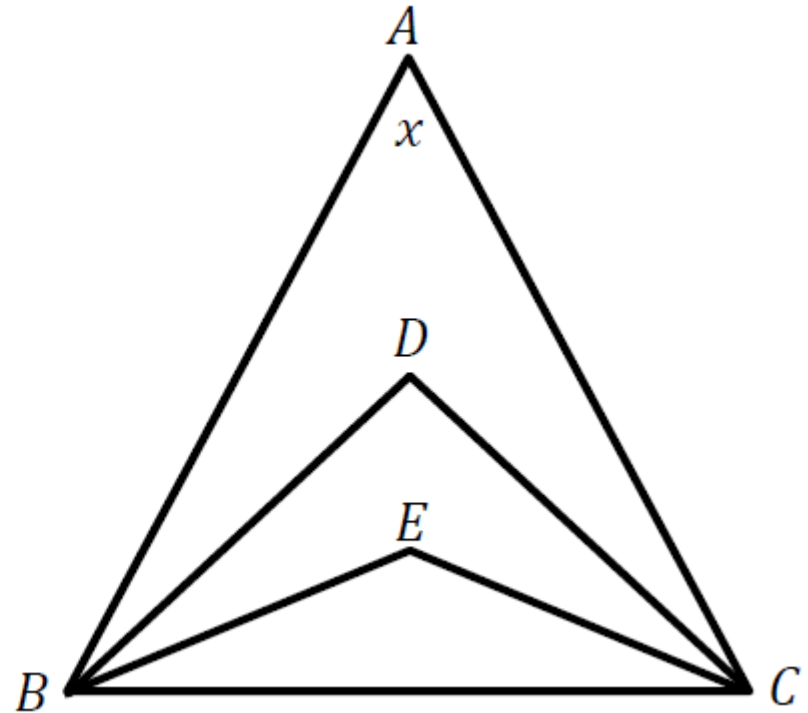
Şekilde,  $\widehat{BDC} = 84^\circ$

$$\widehat{ABD} = \widehat{DBE} = \widehat{EBC} = \alpha$$

$$\widehat{ACD} = \widehat{DCE} = \widehat{ECB} = \theta$$

olduğuna göre,

$\widehat{BAC} = x$  açısı kaç derecedir?



$$z_1 = 6(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

$$z_2 = \frac{1}{3}(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$$

olduğuna göre,  $z_1 \cdot z_2$  karmaşık sayısı nedir?

$$\frac{(|x| - 4) \cdot (x - 1)^3}{6x} \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun çift fonksiyon olduğu biliniyor.

Buna göre,

$$f(x) = x^8 + 8 - 7f(-x)$$

ise  $f(2)$  kaçtır?

$x \neq 0$  olmak üzere,

$$f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}$$

$$g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^{10}}$$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x^k \quad \text{ise, } k \text{ kaçtır?}$$

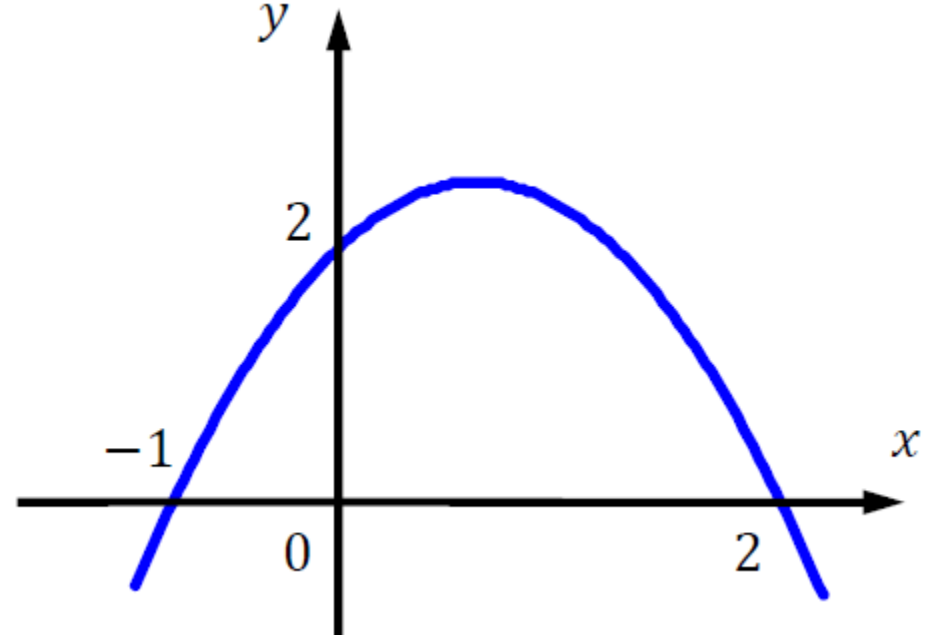
Şekilde gösterilen

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

parabolü için

$$a + b + c$$

toplamı kaçtır?





$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{x}{|x^2 + x|} + \frac{|x|}{|x + 1|} \right)$$

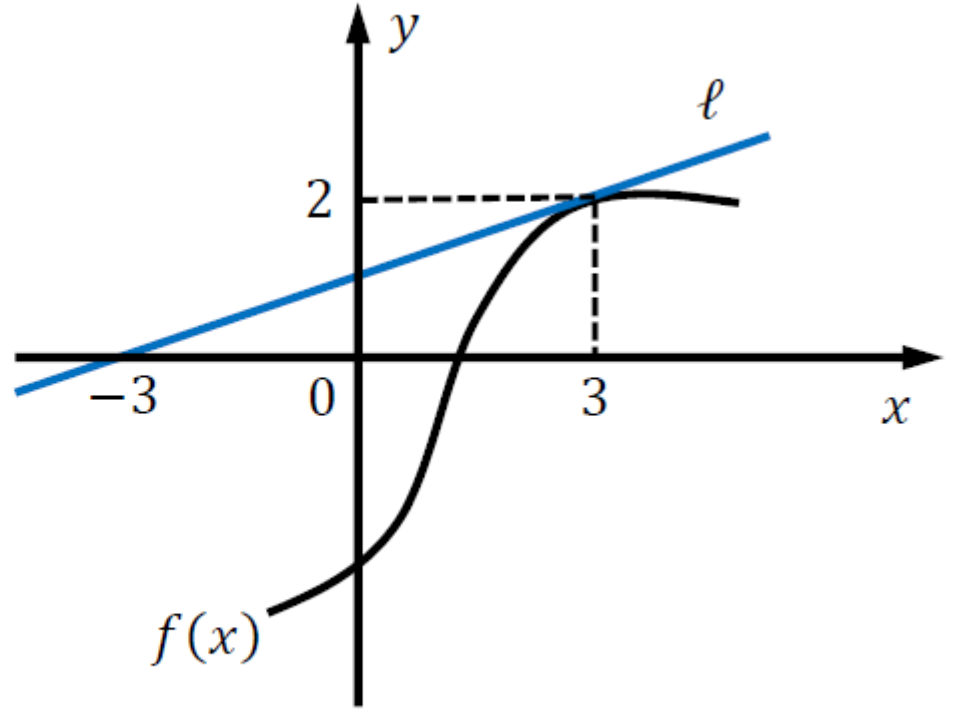
limitinin sayısal değeri nedir?

Şekildeki  $\ell$  doğrusu,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğine  $(3, 2)$  noktasında teğettir.

$$h(x) = \frac{f(x)}{x}$$

olduğuna göre,  $h'(3)$  ün değeri nedir?

( $h'(x)$ ,  $h(x)$  in türevidir.)



$$\log_2(2^x + 1) = 1 - x$$

denklemini sađlayan  $x$  deđerlerini bulunuz.

Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten

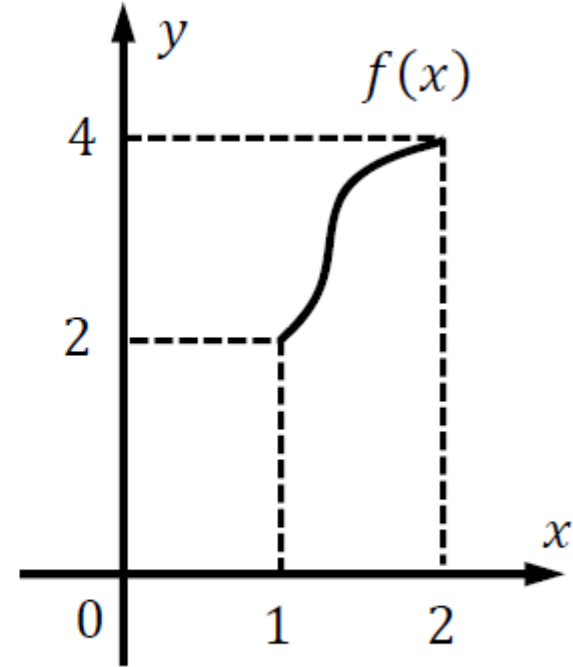
$$f: [1, 2] \rightarrow [2, 4]$$

fonksiyonunun tersi  $f^{-1}$  dir.

Buna göre,

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$$

toplamı kaçtır?



$ABCD$  bir paralelkenar,

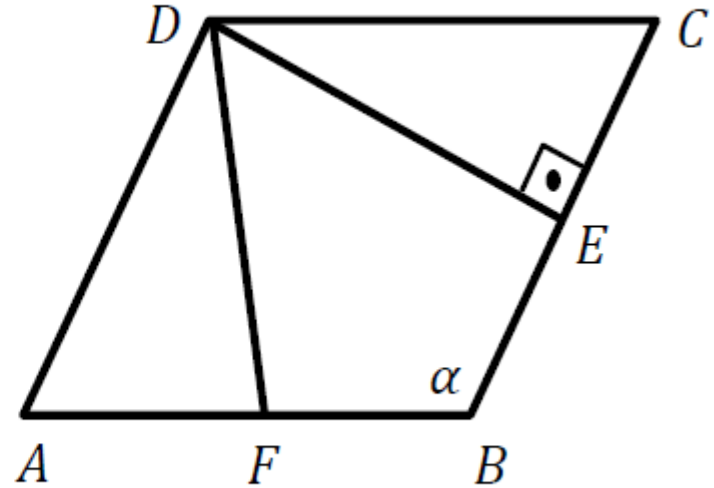
$DE \perp BC$

$|AF| = |FB| = |EC|$

olduğuna göre,

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

açısı kaç derecedir?



$$\frac{a}{\sin 15^\circ} = \frac{b}{\cos 15^\circ} = 3$$

olduğuna gore,  $a + b$  toplamı kaçtır?

Ardışık iki pozitif tek sayının karelerinin farkı 304 tür. Buna göre bu iki sayının toplamı kaçtır?

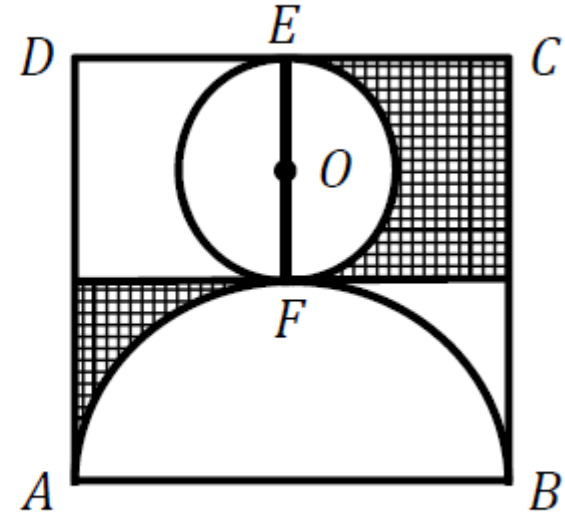
1, 2, 3, 4 ve 5 rakamlarını kullanarak yazılan, rakamları tekrarlı veya tekrarsız, tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır?



$ABCD$  karesinin  $[DC]$  kenarına  $E$  noktasında teğet olan,  $O$  merkezli çember  $[AB]$  çaplı yarım çembere  $F$  noktasında teğettir.

$$|DE| = |EC| = 4 \text{ cm}$$

olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  olur?



$$2 \log x + \log y = \log(2x - y)$$

olduğuna gore,

$y$  nin  $x$  cinsinden ifadesi nedir?

Verilenlere göre,

$$10a + b = 5(a + b) + 4$$

$$5a = 4b + 4 \text{ olur.}$$

$4b + 4$ , 5 in katı olmalıdır.

$$b = 4 \rightarrow a = 4; \quad a = b \text{ olmamalı.}$$

$$b = 9 \rightarrow a = 8; \quad 89/17 = 5 \text{ ve kalan } 4 \text{ olur.}$$

$$ab = 89 \text{ olur.}$$

**CEVAP: 89**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$x < |x| \rightarrow x < 0$  olmalı,

$|x| < x^2 \rightarrow x < -1$  ve  $x > 1$  olmalı.

Böylece,  $-\infty < x < -1$  elde edilir.

**CEVAP:  $(-\infty, -1)$**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



- I. her zaman doğru
- II.  $2a < a + b, c < 0$  olduğundan,  $2ac > (a + b)c$  olacağından, yanlış.
- III.  $a < b$  ve  $c < 0$  olduğu için her zaman doğru.
- IV.  $a < b, a + a < a + b < b + b$   
 $2a < a + b < 2b$   
 $4a < 2(a + b) < 4b$  her zaman doğru

Böylece I, III ve IV her zaman doğru olur.

**CEVAP: I, III ve IV**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



En küçük sayı  $x$  olsun. Bunun en küçük olması için, diğer sayıların en büyük olması gerekir. Buna göre,

$$33002 = 9999 + 9998 + 9997 + x \text{ olmalıdır.}$$

$$x = 33002 - 29994 = 3008 \text{ elde edilir.}$$

**CEVAP: 3008**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



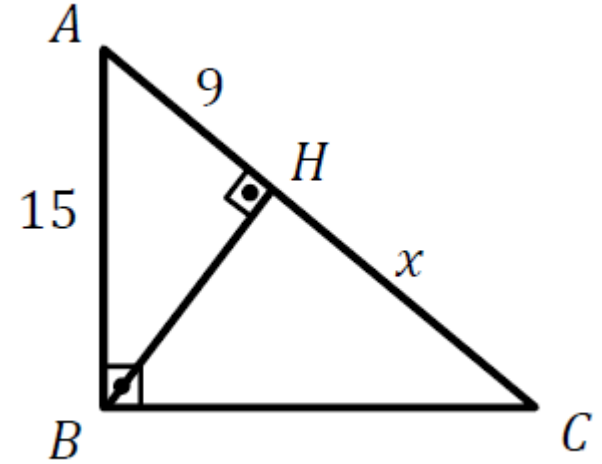
$ABH$  dik üçgeninde  $|BH| = 12$  cm olur.

$ABC$  dik üçgeninde,

$$|BH|^2 = |AH| \cdot |HC|$$

$$12^2 = 9 \cdot x \rightarrow x = 16 \text{ elde edilir.}$$

**CEVAP: 16**



Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-200} + (27)^{34} = (3^{-1/2})^{-200} + (3^3)^{34} = 3^{100} + 3^{102}$$

olur. Bunun %30 u;

$$\frac{3}{10}(3^{100} + 3^{102}) = \frac{3}{10}(3^{100}(1 + 9)) = 3^{101} \text{ dir.}$$

Verilen sayının %30 fazlası;

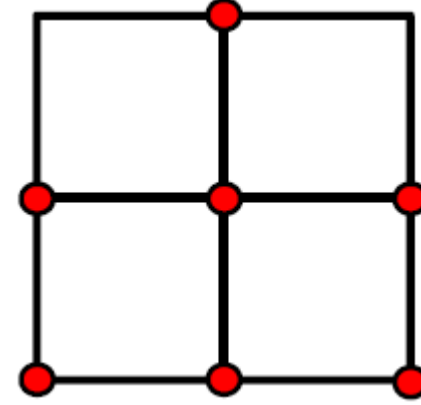
$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-200} + (27)^{34} + 3^{101} &= 3^{100} + 3^{102} + 3^{101} \\ &= 3^{100}(1 + 9 + 3) \\ &= 13 \cdot (3)^{100}\end{aligned}$$

**CEVAP: 113**



7 noktadan üçlü noktalar;

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35$$



değişik şekilde seçilebilir. Bu üçlülerden 3 tanesi bir doğru üzerinde bulunduğundan üçgen oluşturmaz.

Üçgen oluşturma olasılığı  $32/35$  olur.

**CEVAP: 32/35**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$f(x) = \frac{1}{|x| \sqrt{6 - |x - 3|}}$$

I.  $6 - |x - 3| > 0$  olmalı

$$|x - 3| < 6 \rightarrow -6 < x - 3 < 6 \text{ ve } -3 < x < 9$$

II.  $x \neq 0$  olmalı

Böylece tanım aralığı  $(-3, 0) \cup (0, 9)$  olarak elde edilir.

**CEVAP:  $(-3, 0) \cup (0, 9)$**



$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n, 1) \cdot C(n, 4)}{C(n, 2) \cdot C(n, 3)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}}{\frac{n(n-1)}{2!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(n-3)}{24}}{\frac{(n-1)}{12}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{2n-2} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

**CEVAP: 1/2**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



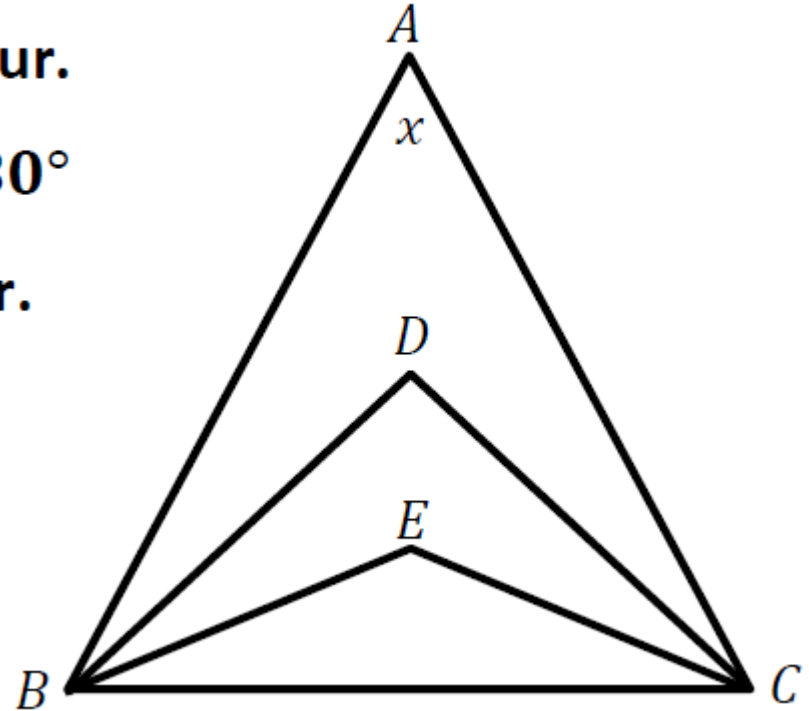
*DBC* üçgeninde,  $2\alpha + 2\theta + 84^\circ = 180^\circ$

$2(\alpha + \theta) = 96^\circ$  ve  $\alpha + \theta = 48^\circ$  olur.

*ABC* üçgeninde,  $3(\alpha + \theta) + x = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 3 \cdot 48^\circ = 36^\circ$  elde edilir.

**CEVAP: 36**



Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$z_1 = 6(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

$$z_2 = \frac{1}{3}(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$$

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| \cdot [\cos (20 + 40) + i \sin (20 + 40)]$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot [\cos 60 + i \sin 60]$$

$$= 2 \left[ \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= 1 + \sqrt{3} i$$

**CEVAP:  $1 + \sqrt{3} i$**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



	-4	0	1	4
$ x  - 4$	+ 0 -	-	- 0 +	
$(x - 1)^3$	-	-	- 0 +	+
$6x$	-	- 0 +	+	+
$( x  - 4) \cdot (x - 1)^3$	- 0 +	+	+	0 - 0 +
$\frac{( x  - 4) \cdot (x - 1)^3}{6x}$	+ 0 -	-	+	0 - 0 +

**CEVAP:**  $[-4, 0) \cup [1, 4]$

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$f$  çift fonksiyon ise  $f(-x) = f(x)$  olur. Böylece,

$$f(x) = x^8 + 8 - 7f(-x)$$

$$= x^8 + 8 - 7f(x)$$

$$8f(x) = x^8 + 8$$

$$f(x) = \frac{x^8}{8} + 1$$

$$f(2) = \frac{2^8}{8} + 1 = 2^5 + 1 = 33$$

**CEVAP: 33**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$\begin{aligned}\frac{f(x)}{g(3)} &= \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^{10}}} \\ &= \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}}{\frac{1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^9}{x^{10}}} \\ &= \frac{x^{10}(x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})}{1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^9} \\ &= \frac{x^{11}(x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})}{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10}} = x^{11}\end{aligned}$$

böylece  $k = 11$  olur.

**CEVAP: 11**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji





Parabolün tepe noktası  $x = 1/2$  de olduğundan,

$$f(0) = f(1) \text{ dir.}$$

$$f(1) = a + b + c = f(0) = 2 \text{ elde edilir.}$$

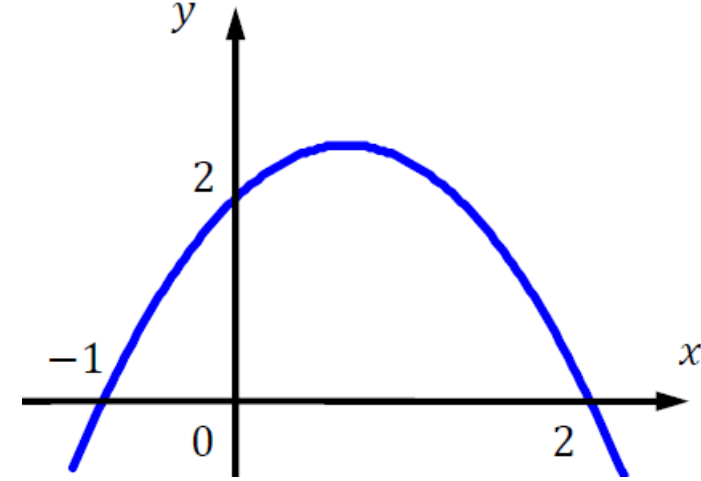
VEYA

$$f(x) = a(x + 1)(x - 2)$$

$$f(0) = -2a = 2 \rightarrow a = -1$$

$$f(x) = (x + 1)(2 - x) = -x^2 + x + 2$$

$$a + b + c = -1 + 1 + 2 = 2$$



**CEVAP: 2**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{x}{|x^2 + x|} + \frac{|x|}{|x + 1|} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x^2 + x|} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x||x + 1|} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(-x)|x + 1|} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{|x + 1|} = -1\end{aligned}$$

**CEVAP: - 1**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



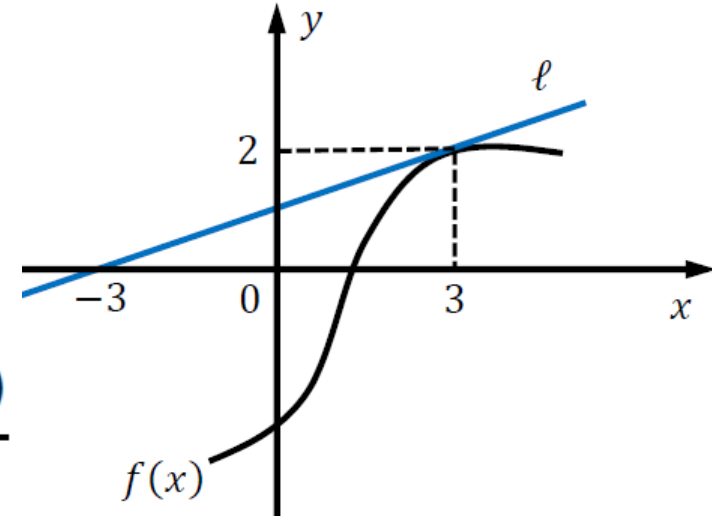
19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$f'(3) = m_{\ell} = \frac{2 - 0}{3 - (-3)} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{x} \rightarrow h'(x) = \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2}$$

$$h'(3) = \frac{3 \cdot f'(3) - f(3)}{3^2} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} - 2}{9} = -\frac{1}{9}$$



**CEVAP:  $-1/9$**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



$$\log_2(2^x + 1) = 1 - x$$

$$2^x + 1 = 2^{1-x}$$

$$2^x + 1 = \frac{2}{2^x}$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 2 = 0$$

$$(2^x + 2)(2^x - 1) = 0$$

$$(2^x + 2) = 0 \rightarrow 2^x = -2 \text{ tanımsızdır}$$

$$(2^x - 1) = 0 \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$

**CEVAP:  $x = 0$**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji

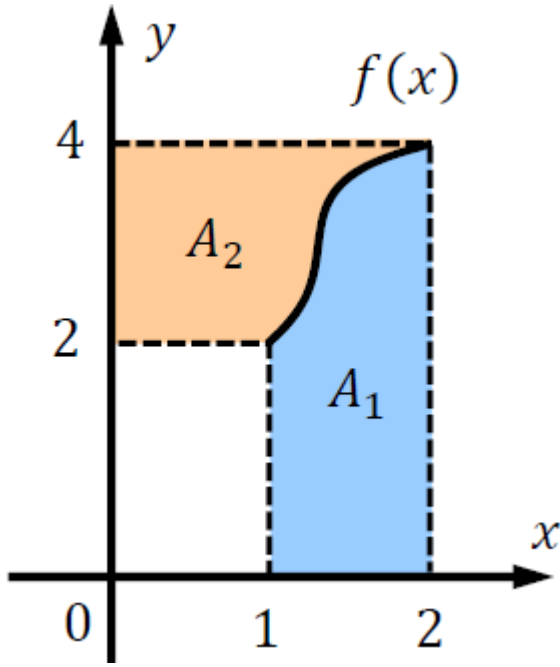


Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji





$$\int_1^2 f(x) dx = A_1$$

$$\int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_2$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_1 + A_2$$

$$= 2 \times 4 - 1 \times 2 = 6$$

**CEVAP: 6**

Bülent Ecevit  
Anadolu Lisesi



Gazimağusa  
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa  
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs  
Türk Maarif Koleji



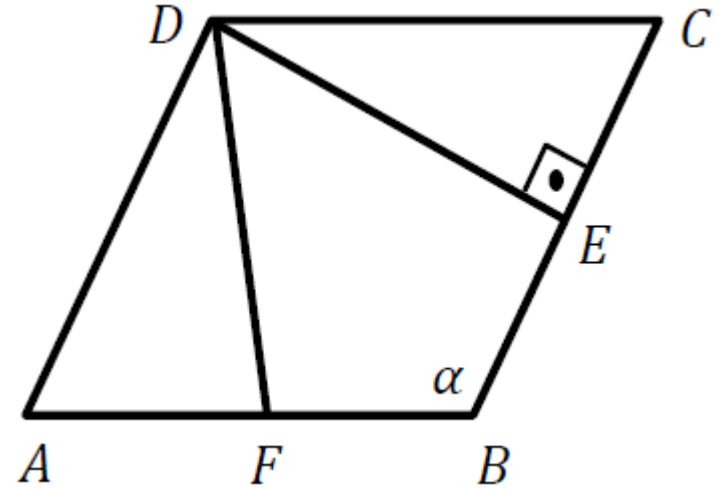
$DEC$  dik üçgeninde,  $|EC| = x$  olsun.

$|DC| = 2x$  olur.

Böylece,  $\widehat{CDE} = 30^\circ$  ve  $\widehat{DCE} = 60^\circ$  olurlar.

$\alpha = 120^\circ$  bulunur.

**CEVAP: 120**



$\sin 15^\circ > 0, \cos 15^\circ > 0 \rightarrow a > 0, b > 0$  ve  $a + b > 0$  olur.

$$a = 3 \sin 15^\circ$$

$$b = 3 \cos 15^\circ$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$a \cdot b = 9 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{9}{2} \sin 30^\circ = \frac{9}{4}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot b = 9 + 2 \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{2}$$

$$a + b = \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

**CEVAP:**  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$



Sayılar  $a$  ve  $b = a + 2$  olsun.

$$(a + 2)^2 - a^2 = 304$$

$$a^2 + 4a + 4 - a^2 = 304$$

$$4a + 4 = 304$$

$a = 75$  ve  $b = 77$  olur.

$a + b = 152$  elde edilir.

**CEVAP: 152**





11 13 15 → toplam: 39

21 23 25 → toplam: 69

31 33 35 → toplam: 99

41 43 45 → toplam: 129

51 53 55 → toplam: 159

Tümünün toplamı: 495 olur.

**CEVAP: 495**



Taralı Alan 1

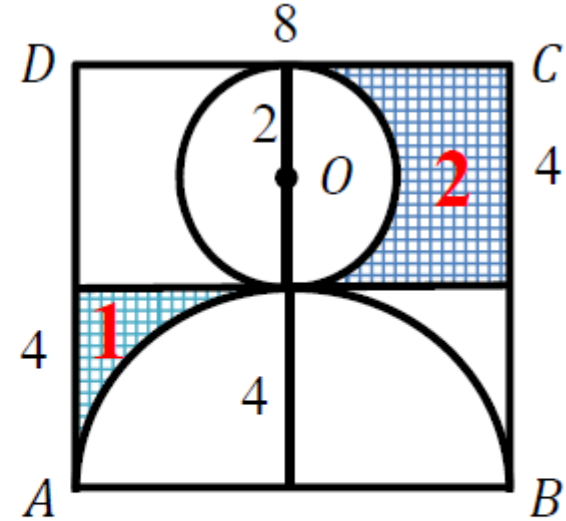
$$\frac{32 - 8\pi}{2} = 16 - 4\pi$$

Taralı Alan 2

$$\frac{32 - 4\pi}{2} = 16 - 2\pi$$

Toplam taralı alan:

$32 - 6\pi$  olarak elde edilir.



**CEVAP:  $32 - 6\pi$**

$$2 \log x + \log y = \log(2x - y)$$

$$\log x^2 y = \log(2x - y)$$

$$x^2 y = 2x - y$$

$$y = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$\text{CEVAP: } y = \frac{2x}{x^2 + 1}$$