

**DOĐU AKDENİZ**  
**ÜNİVERSİTESİ**  
**MATEMATİK BÖLÜMÜ**

**21. LİSELERARASI**  
**MATEMATİK YARIŞMASI**  
**YARI FİNALİ**

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

# 21. LİSELERARASI MATEMATİK YARIŞMASI

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

1 2 3 4 5 6 7  
8 9 10 11 12 13 14  
15 16 17 18 19 20  
21 22 23 24 25

**DAÜ Giriş ve Burs Sınavı – 2 Haziran 2015**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{5}} \cdot \dots \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{15}}$$

işleminin sonucu nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$a = \sqrt[3]{3} \text{ ise,}$$

$$\frac{a^9 + 27}{a^6 - 3a^3 + 9}$$

ifadesinin sayısal değeri kaçtır?



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a$  ve  $b$  reel sayılar

$$|a + 2b - 1| + \sqrt{a - 5} = 0$$

olduğuna gore,  $a - b$  farkı kaçtır?



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\frac{\sqrt{2(\sqrt{2})}}{\sqrt[3]{2\left(\sqrt{\frac{1}{2}}(\sqrt{2})\right)}}$$

işleminin sonucu nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$2^6 + 4^5 + 8^3$  sayısının %16'sı  $b^2$  olduğuna göre,  $b$  sayısının basamaklarındaki rakamların toplamı kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



251131 sayısının rakamları yer değiştirilerek, farklı kaç tane 6 basamaklı çift sayı yazılabilir?



# *Uluslararası Kariyer İçin*





$A, n$  ve  $m$  pozitif tamsayılar olmak üzere

$$6! = 2^n \cdot 3^m \cdot A \text{ ise,}$$

$n + m$  kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



4 ve 5 taban olmak üzere

$(3a03)_4 = (140a)_5$  olması için  $a$  ne olmalıdır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$x \in R$  olmak üzere,

$$A = 2x + 3$$

$$B = 11 - x^2 \quad \text{sayıları veriliyor.}$$

Buna göre,  $A + B$  toplamı en çok kaç olabilir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$f(x)$  fonksiyonu;  $f(x) = (x + 1) \cdot 3^x$  olarak veriliyor.

Buna göre,

$$\frac{f(x + 2)}{f(x)} = 27 \text{ ise, } x \text{ kaçtır?}$$



# *Uluslararası Kariyer İçin*

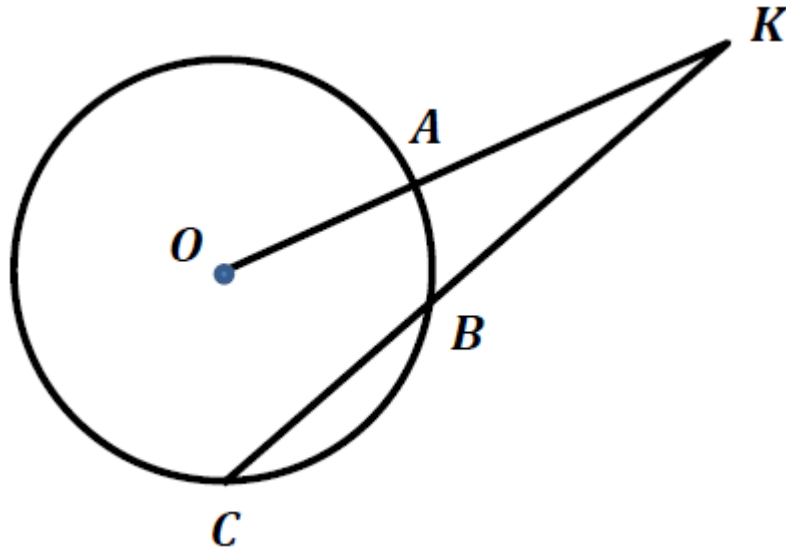


$$x = \frac{3f(x) + x}{f(x) + 2} \text{ ba\u011fıntısı veriliyor.}$$

Buna g\u00f6re,  $f(x)$  fonksiyonunun tanım k\u00fcmesi nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*





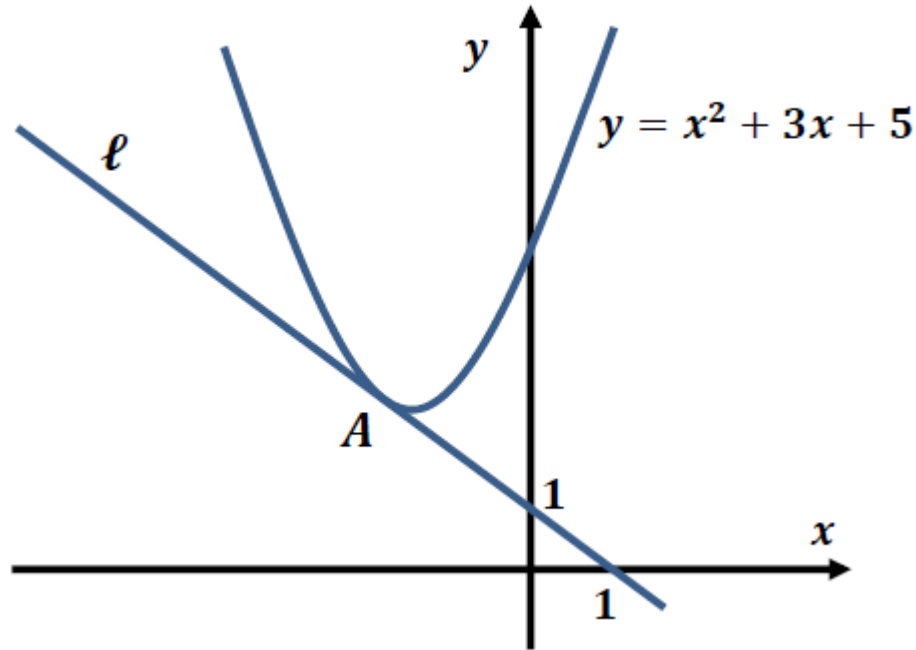
Şekilde verilen çemberde  $O$  merkez,

$|OA| = 4$  cm,  $|AK| = 6$  cm ve  $|BK| = 7$  cm

olduğuna göre,  $|CB|$  kaç cm'dir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*





Şekildeki  $\ell$  doğrusu  $y = x^2 + 3x + 5$  parabolüne  $A$  noktasında teğettir. Buna göre,  $A$  noktasının koordinatları nedir?



# *Uluslararası Kariyer İçin*





$x \in \left(0, \pi/2\right)$  olmak üzere,

$$\log\left(\frac{3}{2} - \sin x\right) = 0$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değeri radyan cinsinden nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{2x - 1}$$

fonksiyonunun tanım kümesi nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a$  ve  $b$  pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 2 \quad \text{ve} \quad \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 18$$

olduğuna göre,  $a + b$  kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x < 3 \\ x^2 - 1, & 3 \leq x < 5 \\ x - 7, & x \geq 5 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $(f \circ f \circ f)(6)$  kaçtır?



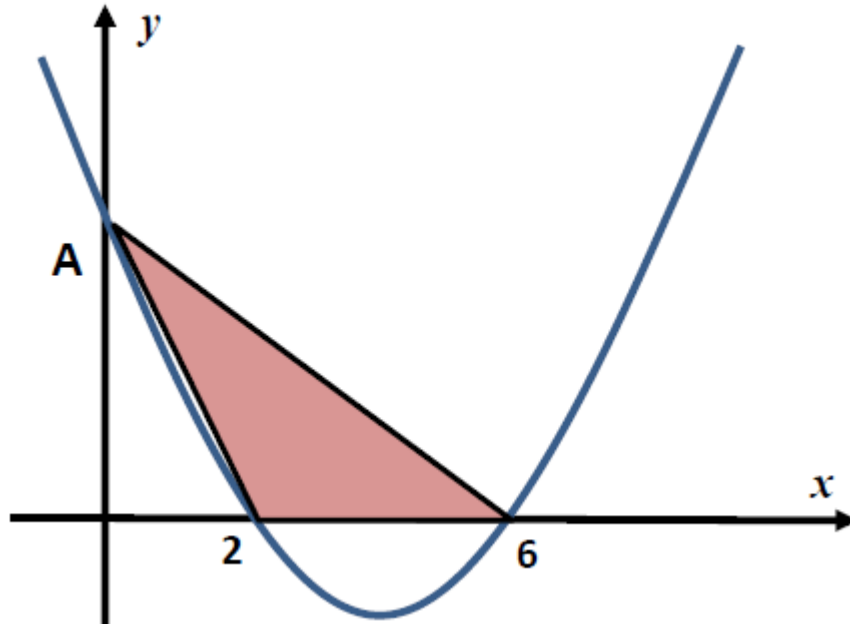
# *Uluslararası Kariyer İçin*



$f(x) = ax - 2$  ve  $(f \circ f)(x) = bx - 8$   
olduğuna gore,  $a + b$  toplamı nedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*





Şekildeki parabolün denklemi  $y = x^2 + ax + b$  olduğuna ve  $x$ -eksenini 2 ve 6'da,  $y$ -eksenini A noktasında kestiğine göre, taralı üçgen bölgenin alanı kaç birim karedir?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



Bir torbada 5 kırmızı ve 3 beyaz top bulunmaktadır. Torbadan çekilen top yerine konmadan, ardarda 3 top çekiliyor.

Buna göre, en az 1 kırmızı top çekilme olasılığı nedir?



# *Uluslararası Kariyer İçin*





$$\sqrt[3]{\frac{5}{2^{1-x}} - 2^{x-1}} = 0.25$$

olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a, b, c$  ardışık tamsayılar olduğuna göre

$$\frac{(a - b)^3 (c - a)^2}{2(b - c)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a^x = b^{1/2}$ ,  $b = c^3$  ve  $a \cdot b \cdot c = 1$  ise,  $x$  kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$f(x + 1) = 3f(x) - 2$  ve  $f(1) = 0$  ise,  $f(5)$  kaçtır?



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a, b \in R$  olmak üzere,

$(12)^a = 9$  ve  $3^b = 4$  ise  $a \cdot (b + 1)$  çarpımı kaçtır?

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{5}} \cdots \frac{1}{1 + \frac{1}{15}} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{\frac{5}{4}} \cdot \frac{1}{\frac{6}{5}} \cdots \frac{1}{\frac{16}{15}} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{15}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

**CEVAP: 1/8**

# *Uluslararası Kariyer İin*



$a = \sqrt[3]{3}$  için

$$\frac{(\sqrt[3]{3})^9 + 27}{(\sqrt[3]{3})^6 - 3(\sqrt[3]{3})^3 + 9} = \frac{3^3 + 27}{3^2 - 9 + 9} = \frac{54}{9} = 6$$

**CEVAP: 6**



# *Uluslararası Kariyer İin*





$$|a + 2b - 1| + \sqrt{a - 5} = 0$$

$$\sqrt{a - 5} = 0 \rightarrow a - 5 = 0 \rightarrow a = 5$$

$$|a + 2b - 1| = 0 \rightarrow a + 2b - 1 = 0 \rightarrow b = -2$$

$$a - b = 5 - (-2) = 7$$

**CEVAP: 7**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\frac{\sqrt{2(\sqrt{2})}}{\sqrt[3]{2\left(\sqrt{\frac{1}{2}}(\sqrt{2})\right)}} = \frac{2^{3/4}}{\sqrt[3]{2 \cdot 2^{-1/4}}} = \frac{2^{3/4}}{\sqrt[3]{2^{3/4}}}$$
$$= \frac{2^{3/4}}{2^{1/4}} = 2^{3/4} 2^{-1/4} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$$

**CEVAP:  $\sqrt{2}$**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\begin{aligned}2^6 + 4^5 + 8^3 &= 2^6 + (2^2)^5 + (2^3)^3 \\&= 2^6 + 2^{10} + 2^9 \\&= 2^6(1 + 2^4 + 2^3) \\&= 2^6(1 + 2^3(2 + 1)) \\&= 2^6 \cdot (25) \\(2^6 \cdot (25)) \cdot \frac{16}{100} &= 2^6 \cdot 4 = 2^8 = (2^4)^2 \\&= (16)^2 \rightarrow b = 16\end{aligned}$$

Rakamların toplamı:  $1 + 6 = 7$  olur.

**CEVAP: 7**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{1}$$

$$\frac{5!}{3!} = 20$$

**CEVAP: 20**



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$6! = 2^n \cdot 3^m \cdot A$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2^n \cdot 3^m \cdot A$$

$$3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2^n \cdot 3^m \cdot A$$

$$3^2 \cdot 2^4 \cdot 5 = 2^n \cdot 3^m \cdot A$$

$$n = 4 \text{ ve } m = 2$$

$$n + m = 6$$

**CEVAP: 6**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$(3a03)_4 = (140a)_5$$

$$3(4^0) + a(4^2) + 3(4^3) = a + 4(5^2) + 5^3$$

$$3 + 16a + 192 = a + 100 + 125$$

$$15a = 30 \rightarrow a = 2$$

**CEVAP: 2**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$A + B = 2x + 3 + 11 - x^2 = -x^2 + 2x + 14$$

$x^2$  teriminin katsayısı negatif olduğu için

tepe noktası maksimum olur.

Tepe noktası için,  $-2x + 2 = 0$  ve  $x = 1$  olur.

$$A + B = -x^2 + 2x + 14 = 15 \text{ elde edilir.}$$

**CEVAP: 15**



# *Uluslararası Kariyer İçin*





$$f(x) = (x + 1) \cdot 3^x$$

$$\frac{f(x + 2)}{f(x)} = \frac{(x + 3) \cdot 3^{x+2}}{(x + 1) \cdot 3^x} = 27$$

$$\frac{(x + 3) \cdot 3^x \cdot 3^2}{(x + 1) \cdot 3^x} = 27$$

$$\frac{(x + 3) \cdot 3^2}{(x + 1)} = 27$$

$$\frac{(x + 3)}{(x + 1)} = 3 \rightarrow x + 3 = 3x + 3$$

$2x = 0$  ve  $x = 0$  olur.

**CEVAP: 0**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$xf(x) + 2x = 3f(x) + x$$

$$(x - 3)f(x) = -x$$

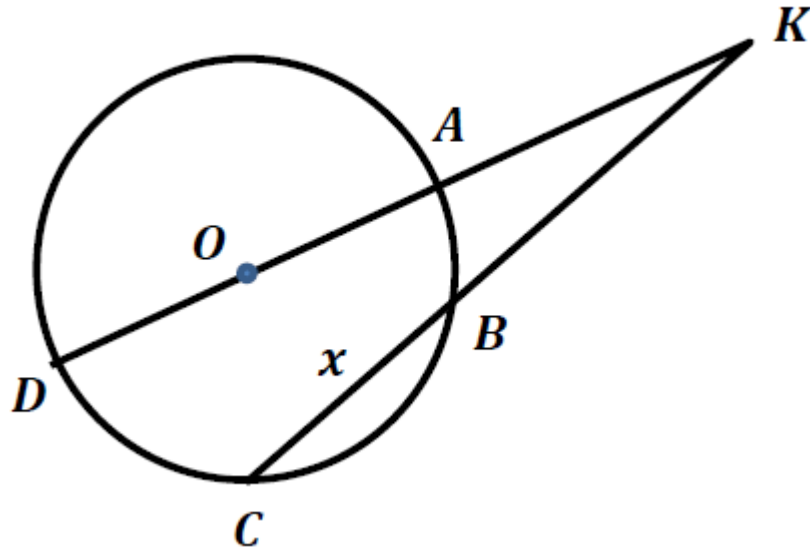
$$f(x) = -\frac{x}{x - 3}$$

Tanım kümesi,  $R - \{3\}$  olur.

**CEVAP:  $R - \{3\}$**

# *Uluslararası Kariyer İçin*





$$|AK| \cdot |DK| = |BK| \cdot |CK|$$

$$6 \cdot 14 = 7 \cdot (7 + x)$$

$$12 = 7 + x$$

$$x = 5$$

**CEVAP: 5**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



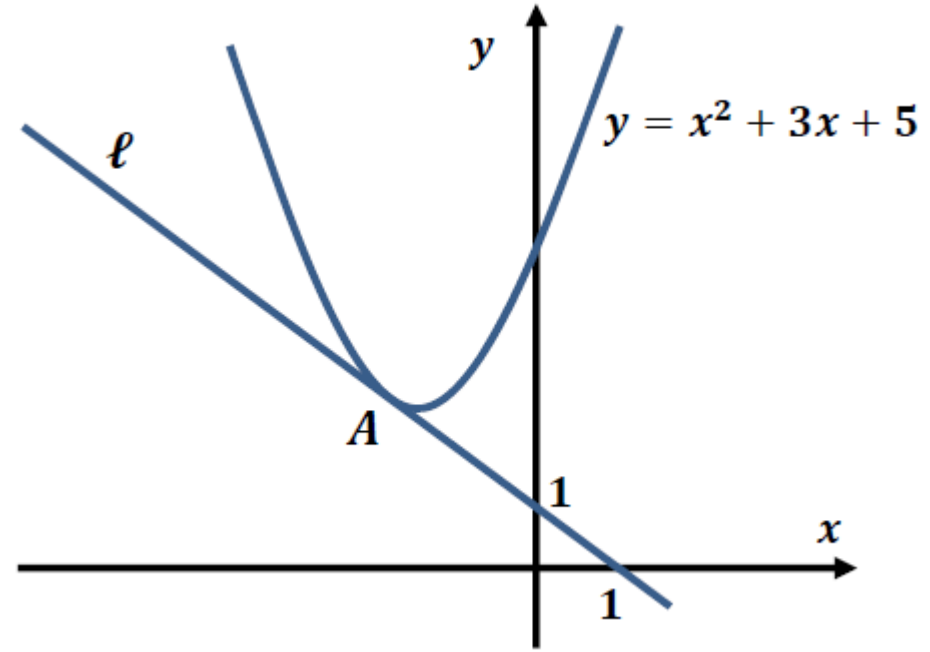
$A(x_0, y_0)$  olsun.

Doğrunun denklemi,

$y = 1 - x$  olur.

$$m_t = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = 2x_0 + 3 = -1$$

$x_0 = -2$  ve  $y_0 = 3$  elde edilir.



**CEVAP: (-2, 3)**



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\log\left(\frac{3}{2} - \sin x\right) = 0$$

$$10^{\log\left(\frac{3}{2} - \sin x\right)} = 10^0$$

$$\frac{3}{2} - \sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ radyan}$$

**CEVAP:  $\pi/6$**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{2x - 1}$$

Birinci terim için:

$$x - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x} \geq 0$$

$x$	-1	0	1
$x^2 - 1$	+ ○	-	- ○ +
$x$	-	- ○	+ +
$\frac{x^2 - 1}{x}$	- ○	+	- ○ +

$$D_1 = \{-1 \leq x < 0 \cup x \geq 1\}$$

İkinci terim için:

$$2x - 1 \geq 0 \quad D_2 = \{x \geq 1/2\}$$

$$f \text{ için tanım kümesi } D = D_1 \cap D_2 = \{x \geq 1\}$$

**CEVAP:  $x \geq 1$**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a - b}{ab} = 2$$

$$ab = \frac{1}{2}(a - b)$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{2(a^2 - b^2)}{a - b} = 18$$

$$a^2 - b^2 = 9(a - b)$$

$$(a - b)(a + b) = 9(a - b)$$

$$a + b = 9$$

**CEVAP: 9**



# *Uluslararası Kariyer İin*





$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(6) &= f(f(f(6))) \\ &= f(f(-1)) \\ &= f(3) \\ &= 8\end{aligned}$$

**CEVAP: 8**

# *Uluslararası Kariyer İin*



$$f(x) = ax - 2$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax - 2)$$

$$= a(ax - 2) - 2$$

$$= a^2x - 2a - 2 = bx - 8$$

$$-2a - 2 = -8 \rightarrow a = 3$$

$$b = a^2 = 9$$

$$a + b = 12$$

**CEVAP: 12**

# *Uluslararası Kariyer İçin*

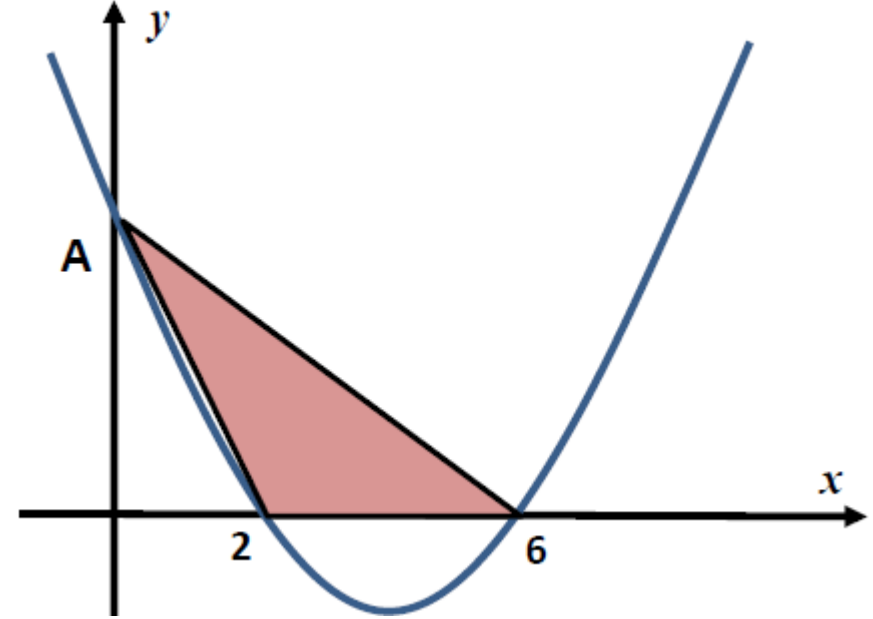


$$y = (x - 2)(x - 6) = x^2 - 8x + 12$$

A noktasında,  $x = 0$  ve  $y = 12$  olur.

Taralı bölge bir üçgendir ve alanı:

$$\frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ birim kare olur.}$$



**CEVAP: 24**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$X$  çekilen kırmızı top sayısı olsun. Sorulan olasılık:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$= 1 - \frac{\binom{5}{0} \binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}$$

$$= 1 - \frac{1}{\frac{8!}{5! \cdot 3!}}$$

$$= 1 - \frac{1}{56} = \frac{55}{56}$$

**CEVAP: 55/56**



# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\frac{5}{2^{1-x}} - 2^{x-1}} &= \sqrt[3]{\frac{5 - 2^{1-x} \cdot 2^{x-1}}{2^{1-x}}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{5 - 2^0}{2^{1-x}}} = \sqrt[3]{\frac{4}{2^{1-x}}} = \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\frac{4}{2^{1-x}} = \frac{1}{64} \rightarrow 2^{1-x} = 4 \cdot 64 = 2^8$$

$$1 - x = 8 \rightarrow x = -7 \text{ olur.}$$

**CEVAP: - 7**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$a, b, c$  ardışık tamsayılar

$$\frac{(a - b)^3 (c - a)^2}{2(b - c)}$$

$$b = a + 1 \text{ ve } c = a + 2$$

$$\frac{(a - (a + 1))^3 (a + 2 - a)^2}{2(a + 1 - (a + 2))} = \frac{(-1)^3 2^2}{2(-1)} = 2$$

**CEVAP: 2**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$a^x = b^{1/2} \rightarrow a^{2x} = b = c^3 \rightarrow a = c^{\frac{3}{2x}}$$

$$a \cdot b \cdot c = c^{\frac{3}{2x}} \cdot c^3 \cdot c = c^{\frac{3}{2x}+4} = 1 = c^0$$

$$\frac{3}{2x} + 4 = 0 \rightarrow \frac{3}{2x} = -4 \rightarrow x = -\frac{3}{8}$$

**CEVAP:  $-\frac{3}{8}$**



# *Uluslararası Kariyer İçin*





$$x = 1 \rightarrow f(2) = 3f(1) - 2 = -2$$

$$x = 2 \rightarrow f(3) = 3f(2) - 2 = -6 - 2 = -8$$

$$x = 3 \rightarrow f(4) = 3f(3) - 2 = -24 - 2 = -26$$

$$x = 4 \rightarrow f(5) = 3f(4) - 2 = -78 - 2 = -80$$

**CEVAP: - 80**

# *Uluslararası Kariyer İçin*



$$(12)^a = 9 \rightarrow (3 \cdot 4)^a = 9 \rightarrow 3^a \cdot 4^a = 9$$

$$3^b \cdot 3^a \cdot 4^a = 4 \cdot 9$$

$$3^{a+b} \cdot 4^a = 3^2 \cdot 4^1$$

$a = 1$  ve  $b = 1$  elde edilir.

$$a \cdot (b + 1) = 2$$

**CEVAP: 2**

# *Uluslararası Kariyer İçin*

