

DOĐU AKDENİZ
ÜNİVERSİTESİ
MATEMATİK BÖLÜMÜ



ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

19. LİSELERARASI
MATEMATİK YARIŞMASI

ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞİTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

<http://brahms.emu.edu.tr/limay>

Sınıfını tek sıra halinde dizen Ali'ye, öğretmeni sınıfın mevcudunu sorunca Ali, önümdekiler arkamdakilerin $1/3$ 'ünden 6 fazladır. Ben de sıranın ortasındayım demiş. Buna göre sınıfta kaç öğrenci vardır?

x bir reel sayı ve,

$$||3x| + 3| = 18 - ||x| + 3|$$

olduğuna göre, x 'in alabileceği değerlerin çarpımı nedir?

$(\cdot)_3$ ve $(\cdot)_5$ sayılarında, 3 ve 5 sayı tabanlarını göstermek üzere,

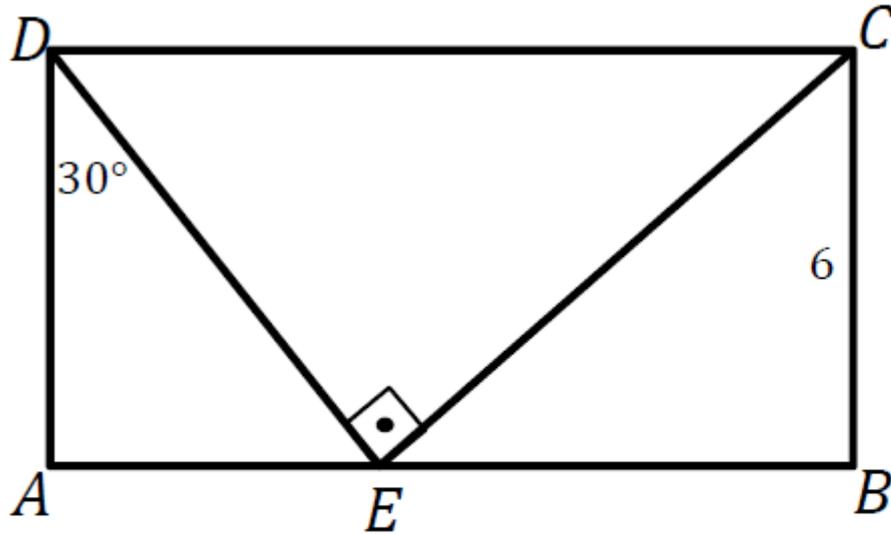
$$\sqrt{(1034)_5} = (x)_3$$

olduğuna göre, x nedir?

$0 < x < y < z$ olmak üzere, x , y ve z ardışık tam sayılardır.

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?



ABCD dikdörtgeninde
 $[DE] \perp [EC]$,
 $m(\widehat{ADE}) = 30^\circ$ ve
 $|CB| = 6$ cm olarak
veriliyor.

Bunlara göre, *ABCD* dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 olur?

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & x \leq 2 \\ 2cx + 4, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. a , b , ve c reel sayılar ve $b = 2c$ olduğu bilindiğine göre, f fonksiyonunun, sürekli olması için a ne olmalıdır?

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-12} + \sqrt{16-x}}{1 - |x-13|}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki tamsayıların toplamı kaçtır?

x ve y tamsayılar olmak üzere,

$$4^{3-\frac{x}{2}} = \frac{8}{27^{5-y}}$$

ise, $x \cdot y$ çarpımının sayısal değeri nedir?

$$x^2 - (\log_3 a)x + \log_a 3 = 0, a > 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 + x_2 = x_1 x_2$ olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

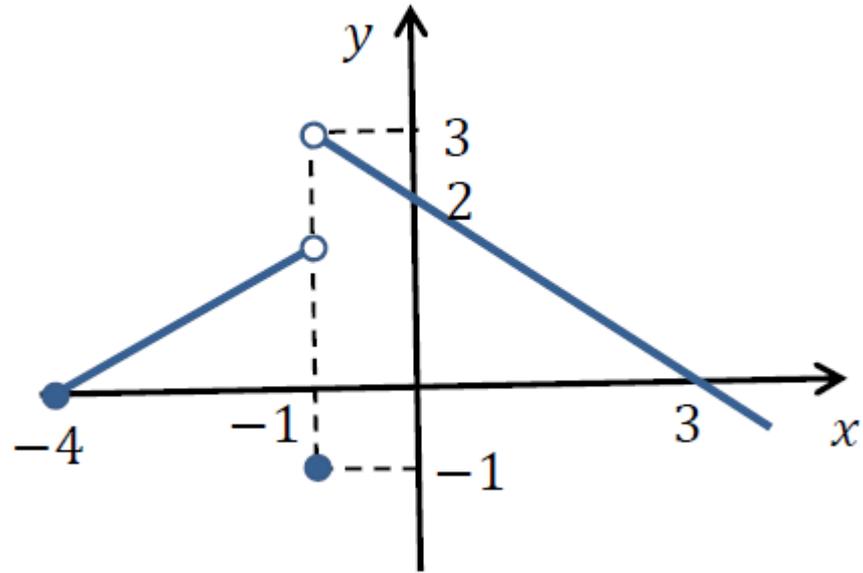
Yanda verilen grafik $f(x)$

fonksiyonuna aittir.

$x \cdot f(x) \geq 0$ eşitsizliğini

sağlayan x tamsayıları

kaç tanedir?



Kareleri farkı 6 olan, a ve b sayılarının herbirinden 2 çıkarılarak elde edilen yeni sayıların kareleri farkı 18 olmaktadır. Buna göre $a + b$ kaçtır?

İçinde 4 kırmızı, 4 mavi ve 4 beyaz bilye bulunan bir torbadan rastgele seçilen 3 bilyenin herbirinin farklı renkte olması olasılığı nedir?

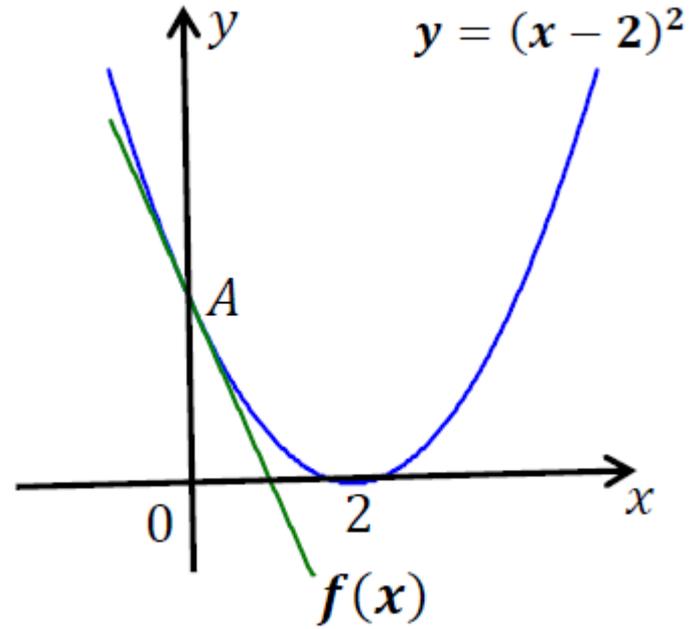
$A = \{0, 1, 2\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ kümeleri veriliyor.

$A \times B$ kümesinin noktalarını üzerinde veya içinde barındıran en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

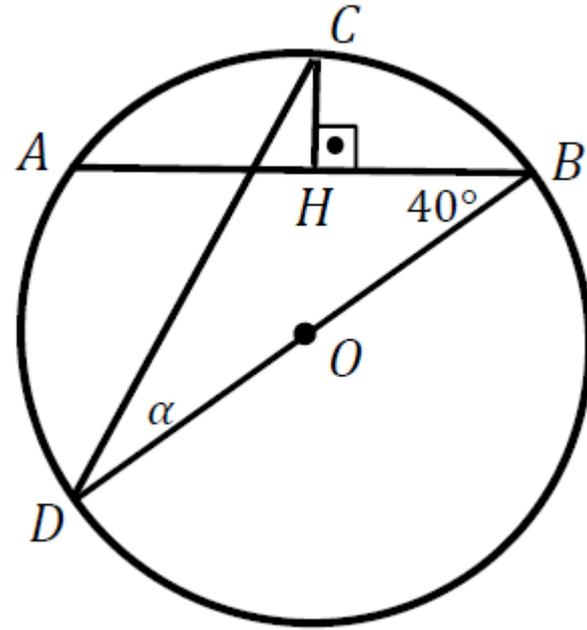
$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = 1$$

denkleminin köklerinden biri 5 olduğuna göre, a kaçtır?

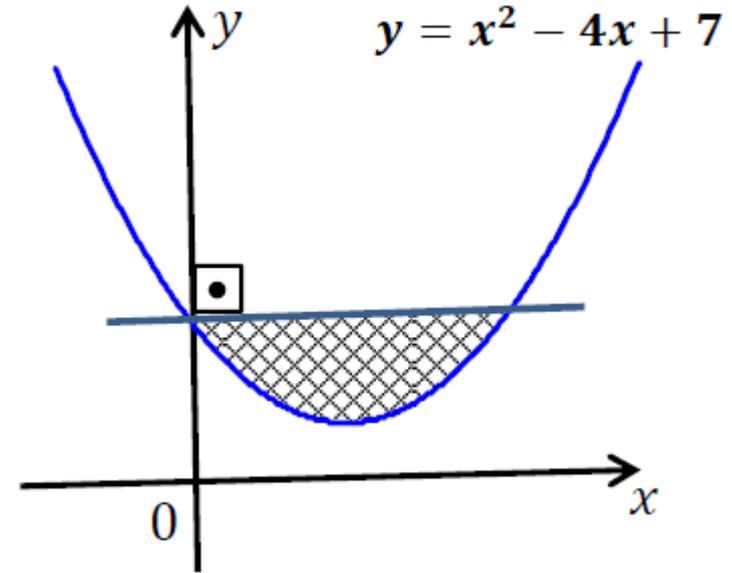
Yandaki grafiğe göre, $y = f(x)$ doğrusu $A(0, 4)$ noktasından geçtiğine ve $y = (x - 2)^2$ parabolüne A noktasında teğet olduğuna göre $y = f(x)$ doğrusunun denklemi nedir?



Yandaki şekilde, O , çemberin merkezi, D, O, B doğrusal, $[CH] \perp [AB]$, $|AH| = |HB|$, $m(\widehat{ABD}) = 40^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{CDB}) = \alpha$ açısı kaç derecedir?



Yandaki şekilde verilenlere göre, taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



$A = \{\text{sınıftaki gözlüklü öğrenciler}\}$

$B = \{\text{sınıftaki sarışın öğrenciler}\}$

$C = \{\text{sınıftaki erkek öğrenciler}\}$

$D = \{\text{sınıftaki kız öğrenciler}\}$

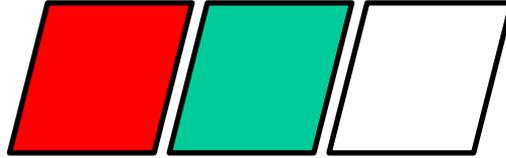
Yukarıdaki kümeler aynı sınıfın öğrencileri için tanımlanmaktadır. Buna göre, $(C \cap A) \setminus (B \cup D)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- I. $\{\text{sınıftaki gözlüklü olmayan, sarışın erkek öğrenciler}\}$
- II. $\{\text{sınıftaki gözlüklü olmayan, sarışın kız öğrenciler}\}$
- III. $\{\text{sınıftaki sarışın olmayan, gözlüklü erkek öğrenciler}\}$
- IV. $\{\text{sınıftaki gözlüklü, sarışın erkek öğrenciler}\}$
- V. $\{\text{sınıftaki sarışın kız öğrenciler}\}$

Bir ressam kırmızı (K), yeşil (Y), beyaz (B) boyaalarını,

$$\frac{K}{Y} = \frac{1}{3} \text{ ve } \frac{Y}{B} = \frac{1}{2}$$

Oranında karıştırarak, 500 gramlık bir karışım elde etmek üzere boya satın almak istiyor. Buna göre yeşil boyadan kaç gram alması gerekir?



$f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ve

$$f(x) = \frac{ax - 4}{3x - b}$$

şeklinde tanımlanan $f(x)$ fonksiyonu bire-bir ve örten olduğuna göre, (a, b) sıralı ikilisi nedir?

Reel sayılar kümesi üzerinde, Δ işlemi,

$(a - 1)\Delta(b + 1) = a - b + ab$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre $(4\Delta 3)\Delta 3$ işleminin sonucu ne olur?

Bir üretici x liraya mal ettiği bir ürünü, y liraya satmaktadır.

x ile y arasında,

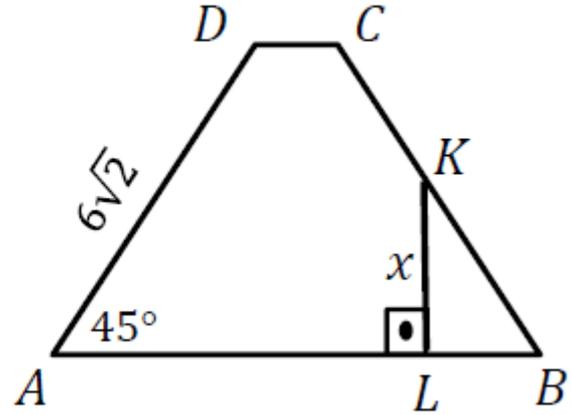
$$y = 6x - 1230$$

bağıntısı bulunmaktadır. x 'in bir tamsayı olduğu bilindiğine

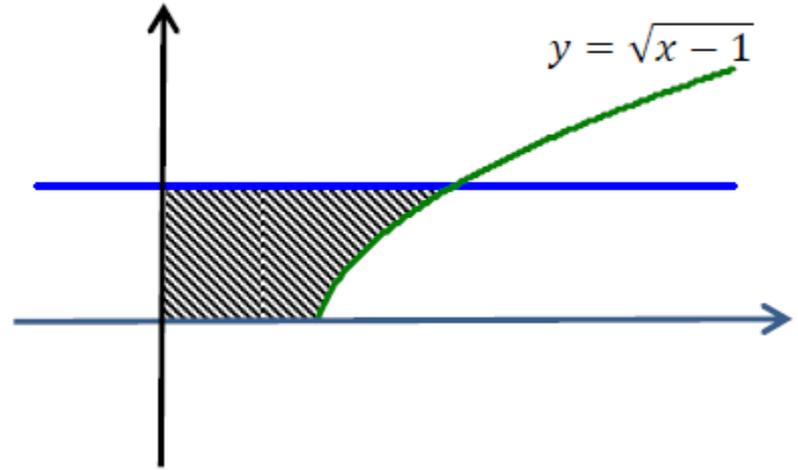
göre, üreticinin kâra geçmesi için, ürünün maliyeti en az kaç lira olmalıdır?

$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1$ ve $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 4$ denklem sistemini sağlayan x ve y değerlerinin toplamını bulunuz.

Yandaki $ABCD$ yamuğunda,
 $[KL] \perp [AB]$, $|CK| = |KB|$
 $m(\widehat{DAB}) = 45^\circ$,
 $|AD| = 6\sqrt{2}$ cm olduğuna göre,
 $|KL| = x$ kaç cm olur?



Yandaki dik koordinat sisteminde verilen $y = 1$, $y = \sqrt{x - 1}$, ve koordinat eksenleri arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



Ali'nin arkasındaki öğrenci sayısı x olsun. Ali'nin önündeki öğrenci sayısı $\frac{1}{3}x + 6$ olur. Ali tam ortada olduğu için

$$x = \frac{1}{3}x + 6 \rightarrow \frac{2}{3}x = 6 \rightarrow x = 9 \text{ olur.}$$

Sınıf mevcudu = $9 + 1 + 9 = 19$ olarak elde edilir.

CEVAP: 19

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$x < 0$ için;

$$-3x + 3 = 18 - (-x + 3)$$

$$-3x + 3 = 15 + x$$

$$4x = -12 \rightarrow x = -3$$

$x \geq 0$ için;

$$3x + 3 = 18 - (x + 3)$$

$$3x + 3 = 15 - x$$

$$4x = 12 \rightarrow x = 3$$

x 'in alabileceği değerlerin çarpımı -9 olarak elde edilir.

CEVAP: -9

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\sqrt{(1034)_5} = \sqrt{144} = 12$$

$$12 = (110)_3 \rightarrow x = 110 \text{ olur.}$$

CEVAP: 110

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



Sayılar ardışık olduğundan, $y = x + 1$ ve $z = x + 2$ olur.

$$\frac{2}{15} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{2x+2}{x(x+1)(x+2)} = \frac{2}{x(x+2)}$$

$x(x+2) = 15 \rightarrow x = 3, y = 4$ ve $z = 5$ olur.

$x + y + z = 12$ elde edilir.

CEVAP: 12

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



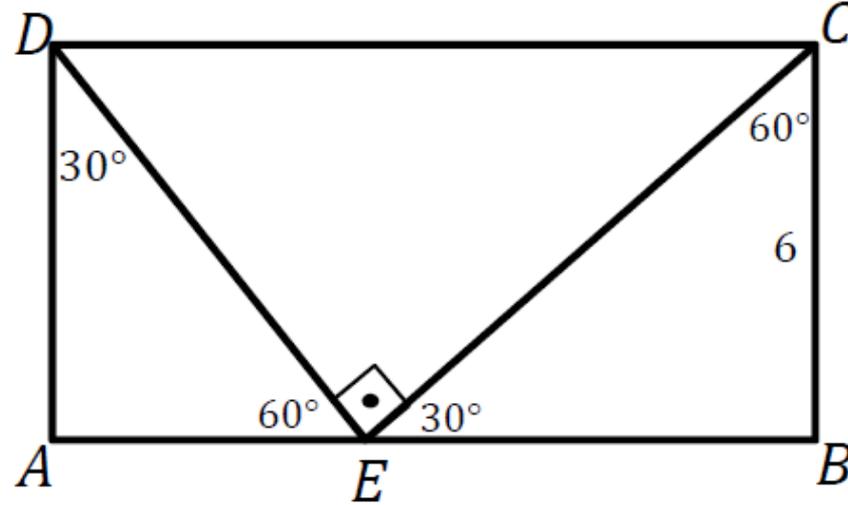
DAE dik üçgeninde

$$|AE| = 2\sqrt{3} \text{ cm,}$$

CBE dik üçgeninde

$$|EB| = 6\sqrt{3} \text{ cm, olur.}$$

Dolayısı ile,



$$|AB| = 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm ve}$$

$$\text{Alan}(ABCD) = 8\sqrt{3} \times 6 = 48\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

CEVAP: $48\sqrt{3}$

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ax^2 + bx = 4a + 2b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2cx + 4 = 4c + 4$$

süreklilik için, $4a + 2b = 4c + 4$ olmalıdır. $b = 2c$

olduğundan, $4a + 4c = 4c + 4$ olur. Böylece $a = 1$ bulunur.

CEVAP: 1

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\sqrt{x - 12} \rightarrow x \geq 12$$

$$\sqrt{16 - x} \rightarrow x \leq 16$$

$$1 - |x - 13| \neq 0 \rightarrow x \neq 12 \text{ ve } x \neq 14$$

x tamsayı değerleri, 13, 15,16 ve toplamları ise 44 olabilir.

CEVAP: 44

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoęa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$4^{3-\frac{x}{2}} = 2^{6-x} \text{ ve } \frac{8}{27^{5-y}} = \frac{2^3}{3^{15-3y}}$$

$$2^{6-x} = \frac{2^3}{3^{15-3y}} \rightarrow 2^{3-x} = 3^{3y-15} \rightarrow 3-x = 3y-15 = 0$$

$x = 3$ ve $y = 5$ olur. Böylece, $x \cdot y = 15$ elde edilir.

CEVAP: 15

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = \log_3 a \\ x_1 x_2 = \log_a 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_3 a = \log_a 3 = k \text{ olsun.}$$

$$3 = a^k \text{ ve } a = 3^k \text{ böylece } a = (a^k)^k = a^{k^2} \text{ olur.}$$

$$k^2 = 1 \text{ ve } k = \pm 1 \text{ elde edilir.}$$

Buradan da, $a = 3$ ve $a = 1/3$, böylece değerler toplamı

$$3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ elde edilir.}$$

CEVAP: 10/3

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji

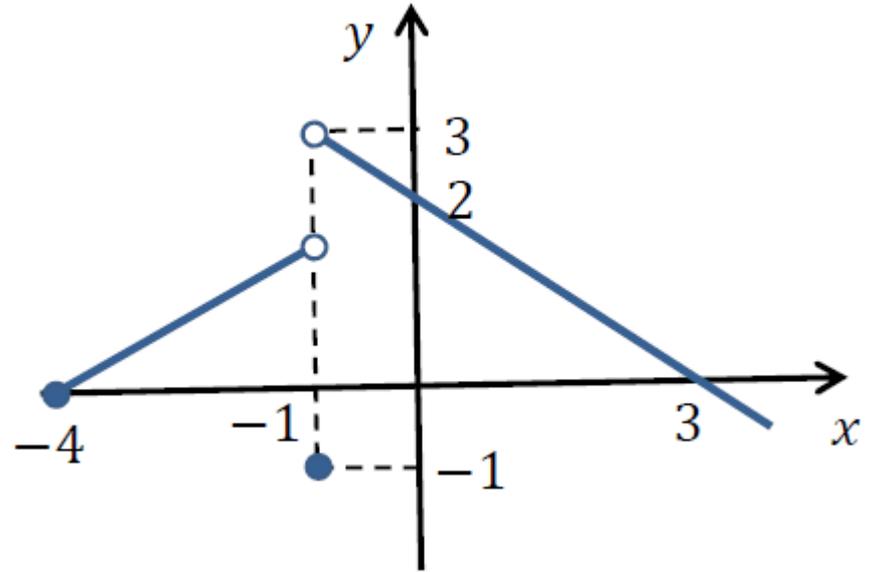


19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$x \cdot f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerleri, $x = -4, -1, 0, 1, 2, 3$ olmak üzere toplam 6 tanedir.

CEVAP: 6



Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$a^2 - b^2 = 6$ buradan $(a - 2)^2 - (b - 2)^2 = 18$ veriliyor

böylece $(a - 2 + b - 2)((a - 2) - (b - 2)) = 18$

$(a + b - 4)(a - b) = 18$

$(a + b)(a - b) - 4(a - b) = 18$

$a^2 - b^2 - 4(a - b) = 18$

$6 - 4(a - b) = 18$ ve $a - b = -3$ olur.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 = 6$, böylece $-3(a + b) = 6$ ve $a + b = -2$ bulunur.

CEVAP: - 2

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\frac{\begin{matrix} \text{1. kırmızı} \\ \overbrace{\binom{4}{1}} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{2. mavi} \\ \overbrace{\binom{4}{1}} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{3. beyaz} \\ \overbrace{\binom{4}{1}} \end{matrix}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \times 4 \times 4}{220} = \frac{16}{55}$$

CEVAP: $\frac{16}{55}$

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



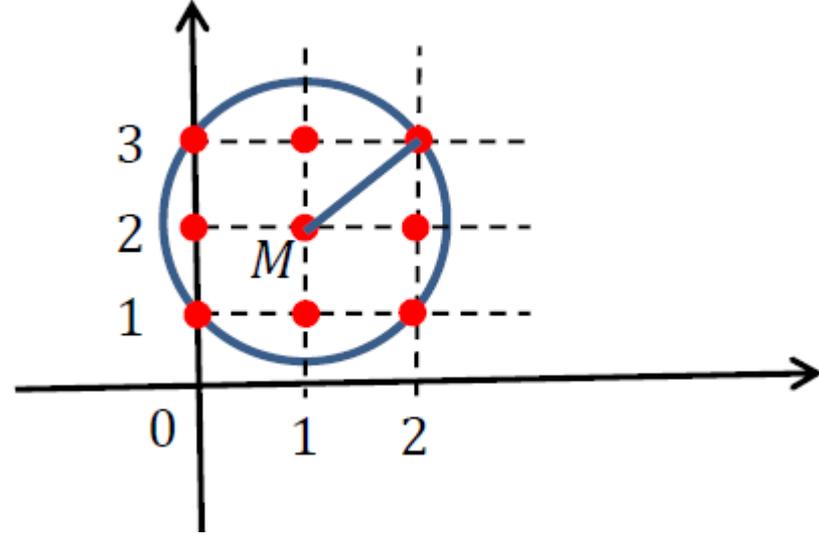
Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



Bu 9 noktayı barındıran en küçük çember şeklindeki gibi olup, merkezi M ve yarıçapı $\sqrt{2}$ birim olur.



CEVAP: $\sqrt{2}$

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = 1$$

5, kök olduğuna göre,

$$\frac{1}{5-a} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{5-a} + \frac{5}{6} = 1$$

$$\frac{1}{5-a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = -1 \text{ olur.}$$

CEVAP: - 1

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji

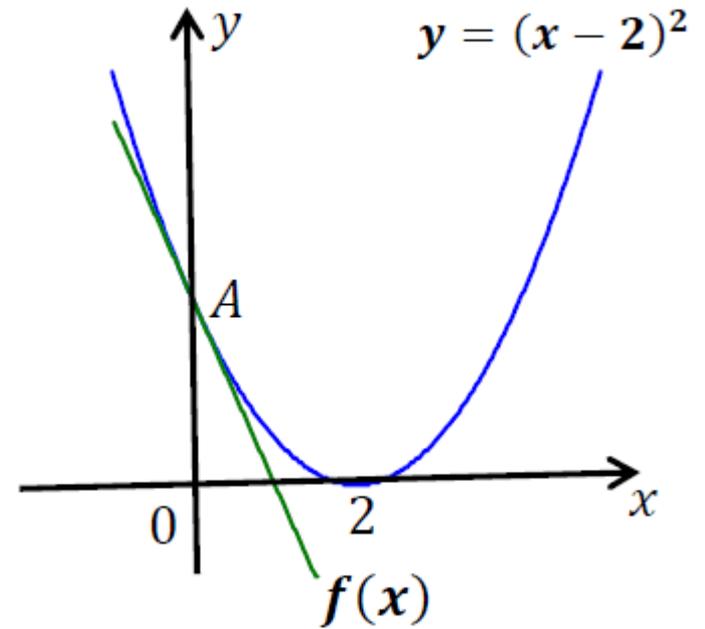


19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$f(x) = mx + c$ olsun. $A(0, 4)$ $f(x)$ üzerinde olduğundan, $c = 4$ ve $f(x) = mx + 4$ olur. Ayrıca, $m = f'(0) = 2(x - 2)|_{x=0} = -4$ olur. Böylece, $f(x) = 4 - 4x$ elde edilir.

CEVAP: $f(x) = 4 - 4x$



Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



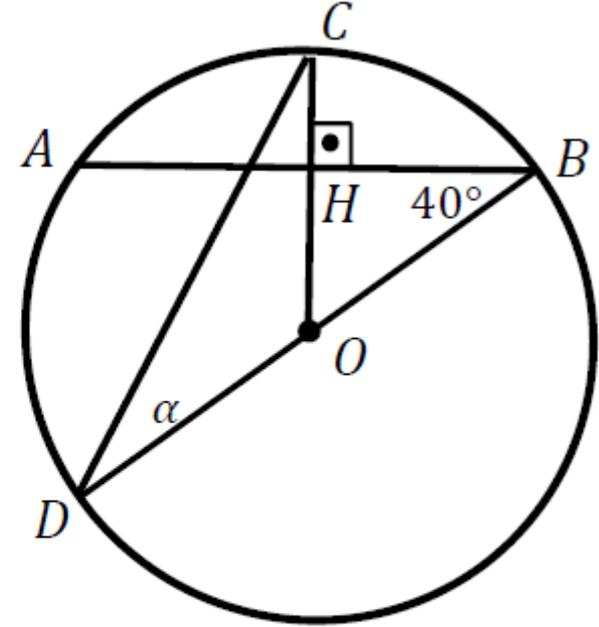
19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



Çemberde bir kirişin orta dikmesi, merkezden geçtiği için, C, H, O doğrusaldır.

$$m(\widehat{HOB}) = 50^\circ \text{ olur.}$$

Aynı yayı gören çember açısı, merkez açının yarısı olduğu için, $\alpha = 25^\circ$ olarak bulunur.



CEVAP: 25°

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji

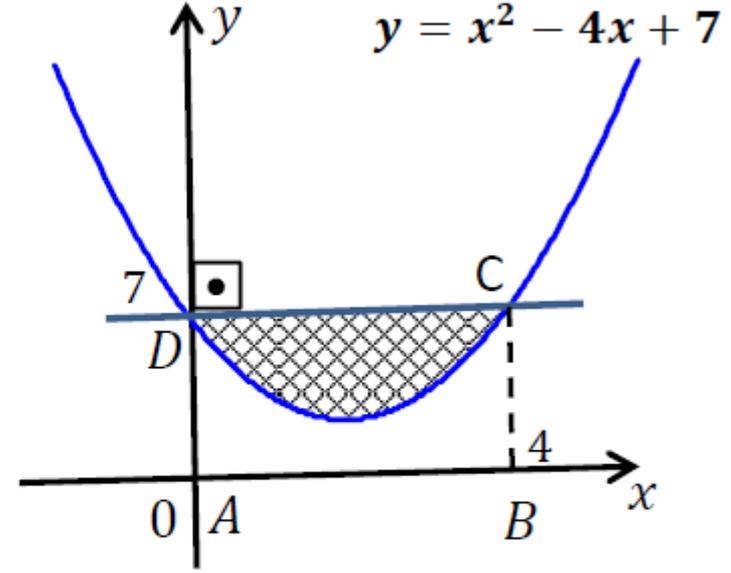


19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$ABCD$ dikdörtgeninin alanı 28 br^2 , $ABCD$ içinde taralı olmayan kısmın alanı

$$\begin{aligned} \int_0^4 (x^2 - 4x + 7) dx &= \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 7x \right]_0^4 \\ &= \frac{64}{3} - 32 + 28 \text{ olur.} \end{aligned}$$



$$\text{taralı bölgenin alanı} = 28 - \left(\frac{64}{3} - 32 + 28 \right) = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3} br^2$$

CEVAP: 32/3

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$A = \{\text{sınıftaki gözlüklü öğrenciler}\}$

$B = \{\text{sınıftaki sarışın öğrenciler}\}$

$C = \{\text{sınıftaki erkek öğrenciler}\}$

$D = \{\text{sınıftaki kız öğrenciler}\}$

$C \cap A = \{\text{sınıftaki gözlüklü erkek öğrenciler}\}$

$B \cup D = \{\text{sınıftaki kız öğrenciler ile sarışın erkek öğrenciler}\}$

$(C \cap A) \setminus (B \cup D) = \{\text{sarışın olmayan, gözlüklü erkek öğrenciler}\}$

CEVAP: III

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji

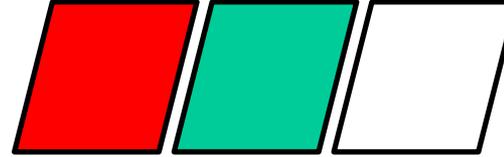


$$\frac{K}{Y} = \frac{1}{3} \Rightarrow Y = 3K \text{ ve } \frac{Y}{B} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 2Y = 6K$$

böylece $K + 2K + 3K = 500$ ve $K = 50$ gram olur.

$Y = 3K = 150$ gram alınmalıdır.

CEVAP: 150



Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - b = 0 \rightarrow b = 6$ bulunur.

$$f^{-1}(x) = \frac{bx - 4}{3x - a}$$

buradan $x = 3 \Rightarrow 3 \cdot 3 - a = 0$ yani $a = 9$ olur.

$$(a, b) = (9, 6)$$

CEVAP: (9, 6)

Bülent Ecevit
Anadolu Lisesi



Gazimağusa
Türk Maarif Koleji



Lefkoşa
Türk Maarif Koleji



19 Mayıs
Türk Maarif Koleji



$$(a - 1) \Delta (b + 1) = a - b + ab$$

$$(4 \Delta 3) \Delta 3$$

$$4 \Delta 3 = 5 - 2 + 5 \times 2 = 13$$

$$13 \Delta 3 = 14 - 2 + 14 \times 2 = 40$$

CEVAP: 40



x liraya üretilen ürün y liraya satıldığına göre, kâr edilebilmesi için $y > x$ olmalıdır.

Buradan, $6x - 1230 > x \Rightarrow 5x > 1230$ ve $x > 246$ elde edilir. x tamsayı olduğuna göre, ürünün maliyeti en az 247 lira olmalıdır.

CEVAP: 247



$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1$ ve $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 4$ toplanırrsa $\frac{5}{x} = 5$ ve $x = 1$ elde edilir

ikinci denklem kullanarak,

$$1 - \frac{1}{y} = 4 \Rightarrow \frac{1}{y} = -3 \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

böylece $x + y = \frac{2}{3}$ olur.

CEVAP: 2/3

$$|CE| = |DH| = |AH| = 6 \text{ cm}$$

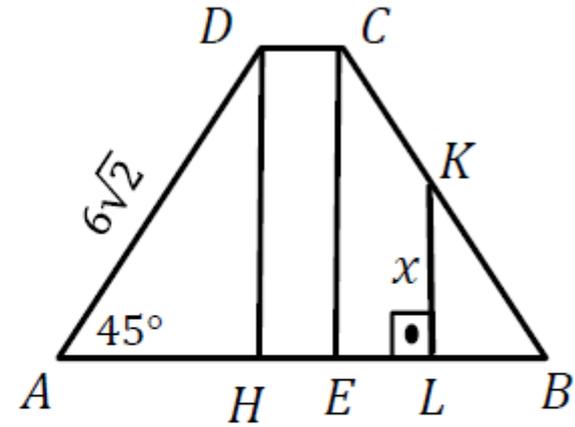
olarak bulunur.

$[CE] \parallel [KL]$ olduğundan, CEB

ve KLB üçgenlerinin

benzerlikleri kullanılarak,

$$|KL| = 3 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

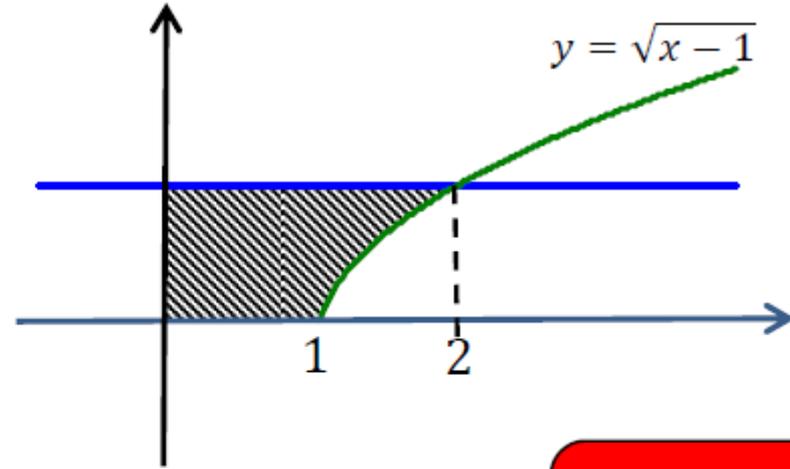


CEVAP: 3

$y = 1$ doğrusu ile

$y = \sqrt{x - 1}$ eğrisinin kesiştiği noktada, $x = 2$ olur.

$y = \sqrt{x - 1}$ eğrisi x -eksenini $x = 1$ noktasında keser.



Taralı bölgenin alanı

$2 - \int_1^2 \sqrt{x - 1} dx$ olur.

$$\text{Alan} = 2 - \int_1^2 \sqrt{x - 1} dx = 2 - \left[\frac{2}{3} (x - 1)^{\frac{3}{2}} \right]_1^2 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

CEVAP: $\frac{4}{3}$

DOĐU AKDENİZ
ÜNİVERSİTESİ
MATEMATİK BÖLÜMÜ



ONAY FADIL DEMİRCİLER EĞTİM ve BİLİM VAKFI katkılarıyla