

Dođu Akdeniz Üniversitesi
Matematik Bölümü
Liselerarası Matematik Yarışması
Yarı Final Yarışması Soruları ve
Cevapları
05.05.2023

SORU-1.

a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$**$a \cdot b = 8$**$$

$a^2 + b^2 = 20$ ise $a + b$ kaçtır?

Cevap:

$$**$a \cdot b = 8 \Rightarrow a = 1, b = 8$**$$

$$\Rightarrow **$a = 2, b = 4$**$$

$$\Rightarrow **$a = 4, b = 2$**$$

$$\Rightarrow **$a = 8, b = 1$**$$

$$**$a + b = 6$**$$

CEVAP: 6

SORU-2.

Bir lokantada bulunan müşteri sayısı, lokantanın alabileceği müşteri sayısının $\frac{3}{7}$ sidir. Lokantaya 6 müşteri daha gelirse, lokantanın yarısı dolmuş olacağına göre, lokantanın müşteri kapasitesi kaçtır?

Cevap:

Lokantanın müşteri kapasitesi x olsun.

$$\frac{3}{7}x + 6 = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{3}{7}x - \frac{1}{2}x = -6$$

$$-\frac{1}{14}x = -6$$

$$x = 84$$

CEVAP: 84

SORU-3.

Paydaları, sırasıyla 3 ve 4 olan 2 kesirden, ikincinin payı birincinin payından 4 fazladır. Bu ikisinin toplamı $\frac{61}{12}$ olduğuna göre, kesirlerin paylarının çarpımı kaçtır?

Cevap:

$$\frac{x}{3}, \frac{y}{4} \quad y = x + 4$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{61}{12}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{x+4}{4} = \frac{61}{12}$$

$$\frac{4x + 3x + 12}{12} = \frac{61}{12}$$

$$7x + 12 = 61$$

$$7x = 49$$

$$x = 7$$

$$y = x + 4 \Rightarrow y = 7 + 4$$

$$y = 11$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 77$$

CEVAP: 77

SORU-4.

Ardışık dört çift sayının toplamının $\frac{1}{4}$ ü 15 olduğuna göre, bu sayıların en küçüğü kaçtır?

Cevap:

$$2n, \quad 2n + 2, \quad 2n + 4, \quad 2n + 6$$

$$\frac{1}{4}(2n + 2n + 2 + 2n + 4 + 2n + 6) = 15$$

$$\frac{1}{4}(8n + 12) = 15$$

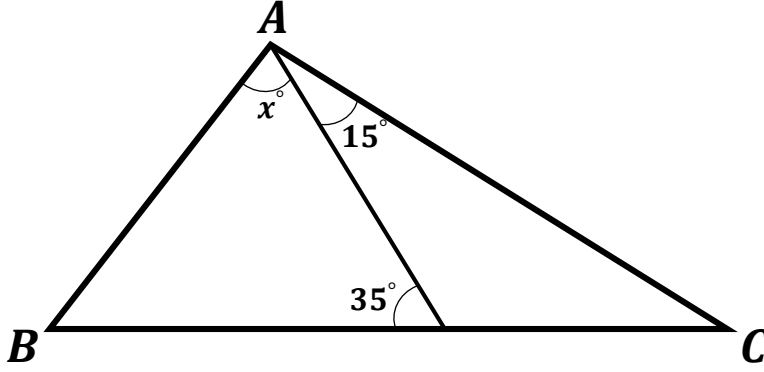
$$2n + 3 = 15 \Rightarrow 2n = 12$$

$$n = 6$$

$$\Rightarrow 2n = 12$$

CEVAP: 12

SORU-5.



$|BC| = |AC|$ olduğuna göre x açısı kaç derecedir?

Cevap:

$$|BC| = |AC| \text{ olduğuna göre, } \hat{B} = x + 15$$

$$\Rightarrow x + 15 + x + 35 = 180$$

$$\Rightarrow 2x + 50 = 180$$

$$\Rightarrow x = 65$$

CEVAP: 65

SORU-6.

$$a = 2^{x+2}$$

$$4a^2 = 2^{5x}$$

olduğuna gore, x kaçtır?

Cevap:

$$a = 2^{(x+2)}$$

$$4(2^{x+2})^2 = 2^{5x}$$

$$4(2^{2x+4}) = 2^{5x}$$

$$2^2 2^{2x+4} = 2^{5x}$$

$$2^{2x+6} = 2^{5x}$$

$$-3x = -6$$

$$x = 2$$

CEVAP: 2

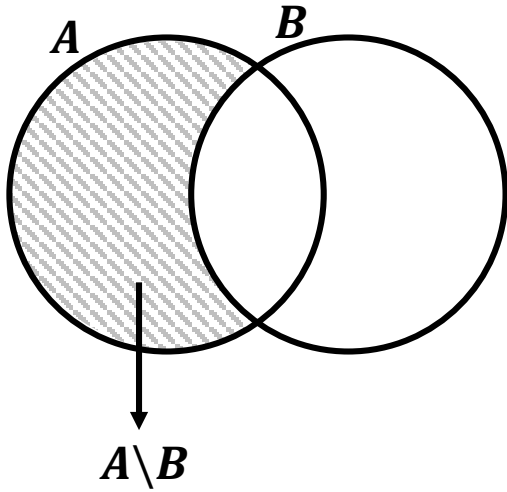
SORU-7.

\bar{B} , B kümesinin tümleyeni ise,

$$(B \cup (B \setminus A)) \cup (A \cap \bar{B})$$

ifadesinin en sade şekli nedir?

Cevap:



$$\begin{aligned} & (B \cup (B \setminus A)) \cup (A \cap \bar{B}) \\ &= A \cup B \cup (B \setminus A) \\ &= A \cup B \end{aligned}$$

CEVAP: $A \cup B$

SORU-8.

$\mathbb{R} \setminus \{0\}$ kümesinde tanımlı bir f fonksiyonu; $f\left(\frac{1}{x}\right) = 2x + 3$ şeklinde veriliyor.

Buna göre, $f(f(2))$ kaçtır?

Cevap:

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f(2) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 4$$

$$x = \frac{1}{4} \Rightarrow f(4) = 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{7}{2}$$

CEVAP: $\frac{7}{2}$

SORU-9.

İki pozitif gerçel sayının çarpımı, bu sayılardan birine 2 ekleyip diğerinden 2 çıkarılmasıyla elde edilen sayıların çarpımından 6 fazladır. Buna göre, bu iki sayının farkının mutlak değeri nedir?

Cevap:

$$\begin{aligned} a \cdot b &= (a - 2)(b + 2) + 6 \\ &= ab + 2a - 2b - 4 + 6 \end{aligned}$$

$$ab = ab + 2a - 2b + 2$$

$$\Rightarrow -2(b - a) = -2$$

$$\Rightarrow |b - a| = 1$$

CEVAP: 1

SORU-10.

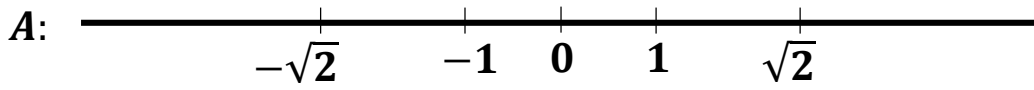
\mathbb{Z} tam sayılar kümesi olmak üzere,

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 18\}$$

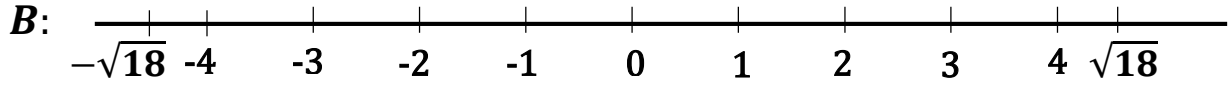
kümeleri veriliyor. Buna göre, $B \setminus A$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Cevap:



$$x^2 < 2 \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$$

$$A = \{-1, 0, 1\}$$



$$x^2 < 18 \Rightarrow -\sqrt{18} < x < \sqrt{18}$$

$$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B \setminus A = \{-4, -3, -2, 2, 3, 4\}$$

$$n(B \setminus A) = 6$$

CEVAP: 6

SORU-11.

$(x + y + 2)(x + y - 2) = 2xy$ olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

Cevap:

$$(x + y + 2)(x + y - 2) = 2xy$$

$$x^2 + xy - 2x + xy + y^2 - 2y + 2x + 2y - 4 = 2xy$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

CEVAP: 4

SORU-12.

$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunur ancak h bulunmaz?

Cevap:

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$$

CEVAP: 20

SORU-13.

$3^{x+3} - 3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 22 \cdot 3^{2x+1}$ denklemini sađlayan x değeri nedir?

Cevap:

$$3^{x+3} - 3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 22 \cdot 3^{2x+1}$$

$$3^x[27 - 9 + 3 + 1] = 3^x(22 \cdot 3^x \cdot 3)$$

$$1 = 3^x \cdot 3$$

$$\frac{1}{3} = 3^x$$

$$3^{-1} = 3^x$$

$$x = -1$$

CEVAP: - 1

SORU-14.

f ve g fonksiyonları için, $f(x) = 2x - 1$ ve $(g \circ f)(x) = 4x + 5$ ise, $g(-5)$ kaçtır?

Cevap:

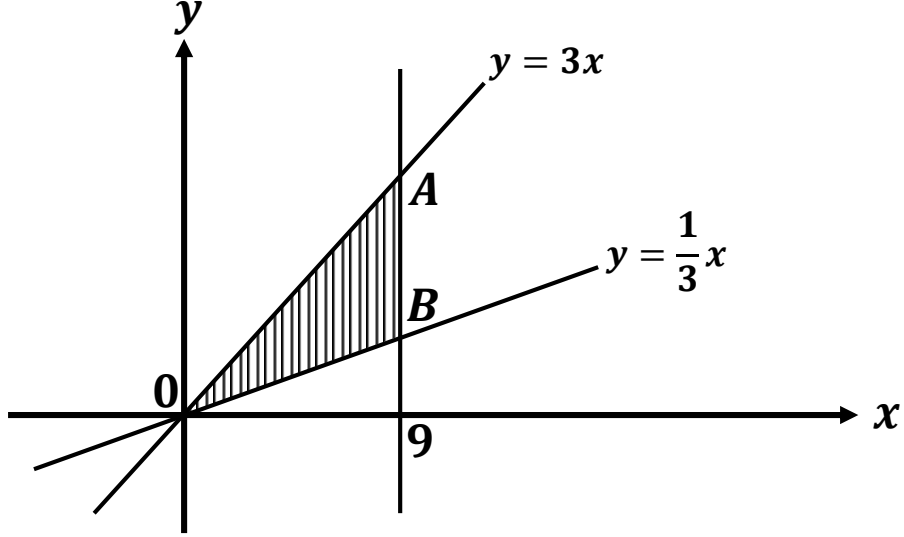
$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 1)$$

$$g(-5) = 4(-2) + 5 = -3$$

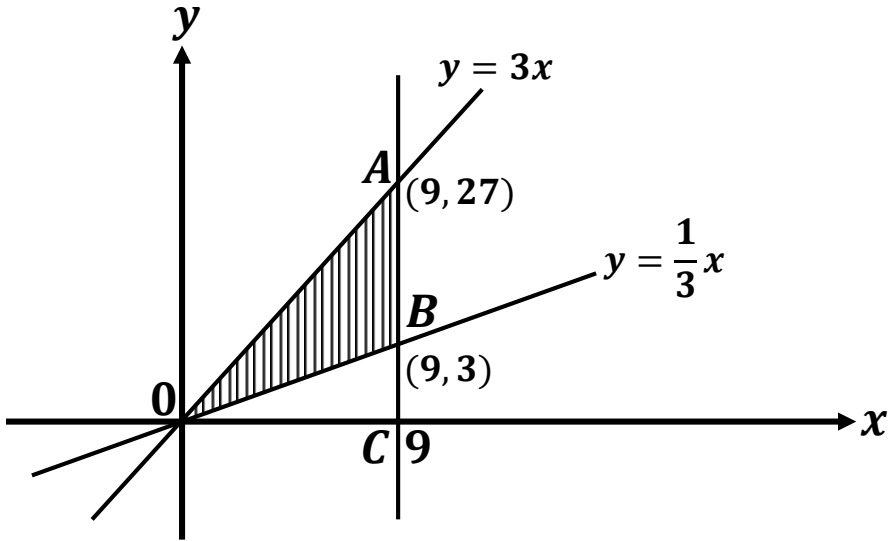
CEVAP: - 3

SORU-15.

Şekilde verilenlere göre $\widehat{A0B}$ üçgeninin alanı kaç birim karedir?



Cevap:



$$A(\widehat{A0B}) = \frac{|OC| \cdot |BA|}{2} = \frac{9 \cdot 24}{2} = 108$$

CEVAP: 108

SORU-16.

6 kız ve 7 erkek öğrencinin bulunduğu bir gruptan 2 temsilci seçiliyor.

Seçilen bu iki temsilciden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

Cevap:

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\binom{6}{1}\binom{7}{1}}{\binom{13}{2}} = \frac{6 \cdot 7}{\frac{13!}{11! \cdot 2!}} = \frac{42}{\frac{13 \cdot 12}{2}} = \frac{7}{13} \text{ elde edilir.}$$

CEVAP: $\frac{7}{13}$

SORU-17.

$$\log_2(x^2 - 6x) = 4$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

Cevap:

$$\log_2(x^2 - 6x) = 4$$

$$2^4 = x^2 - 6x$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$(x - 8)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = -2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

CEVAP: 6

SORU-18.

$x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$$\sin\left(\arctan\frac{1}{3}\right)$$

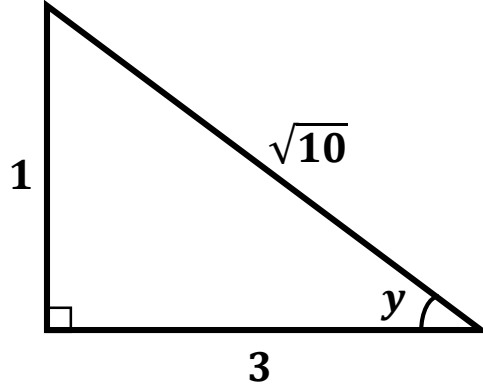
ifadesinin değeri kaçtır?

Cevap:

$$y = \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\tan y = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \sin y = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



$x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ olduğundan,

$$\sin y = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

CEVAP: $-\frac{1}{\sqrt{10}}$

SORU-19.

$$P(2x - 3) = x^4 + 5x^2 + 5$$

olduğuna gore, $P(5x - 1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

Cevap:

$x = 0$ yazılarak sabit terim bulunur. $P(5x - 1)$ polinomunda sabit terim $P(5 \cdot 0 - 1) = P(-1)$ dir.

$P(-1)$ i bulmalımız.

$P(2x - 3)$ polinomunda x yerine 1 yazarsak, $P(-1)$ 'i bulabiliriz.

$$P(2 \cdot 1 - 3) = 1^4 + 5 \cdot 1^2 + 5$$

$$P(-1) = 11 \text{ dir}$$

CEVAP: 11

SORU-20.

k bir gerçel sayı olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x) = kx^2 + 1$$

$$g(x) = \sqrt{x} + 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f \circ g)(9) = 6$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(9) &= f(g(9)) \\ &= f(5) \\ &= 25k + 1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow 25k + 1 = 6$$

$$\Rightarrow 25k = 5$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned}f(2) &= \frac{1}{5}(2)^2 + 1 \\ &= \frac{9}{5}\end{aligned}$$

CEVAP: $\frac{9}{5}$

YEDEK SORULAR

SORU-21.

Bir futbol takımı oynadığı maçların $\frac{1}{3}$ ünde berabere kalmış, $\frac{1}{4}$ ünde ise yenilmiştir. Bu takım 10 maç kazandığına göre, toplam kaç maç oynamıştır?

Cevap:

Takım x maç oynamış olsun.

Buna göre,

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 10 = x$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - x = 10$$

$$-\frac{5}{12}x = 1 - 10$$

$$x = 24$$

CEVAP: 24

SORU-22.

$f: R \rightarrow R$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & x \leq -5 \\ x + 4, & -5 < x < 5 \\ x^2, & 5 \leq x \end{cases}$$

olduğuna göre,

$$\frac{f(-5)}{f(-3)+f(5)} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Cevap:

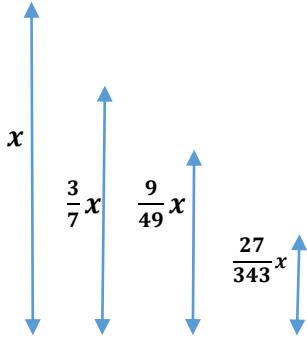
$$\frac{f(-5)}{f(-3)+f(5)} = \frac{13}{1+25} = \frac{1}{2}$$

CEVAP: $\frac{1}{2}$

SORU-23.

Bir top her zıplayışta bir önceki düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{7}$ si kadar zıplamaktadır. Top üçüncü zıplayışında 54 cm yükseldiğine göre, topun bırakıldığı yükseklik kaç cm'dir?

Cevap:



$$\frac{27}{343}x = 54$$

$$x = 54 \cdot \frac{343}{27}$$

$$x = 686 \text{ cm}$$

CEVAP: 686

SORU-24.

$A(2, -3)$, $B(1, -4)$ ve $C(a, -6)$ noktaları doğrusaldır. Buna göre, a kaçtır?

Cevap:

$$A(2, -3), \quad B(1, -4)$$

$$m = \frac{-4 + 3}{1 - 2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$y + 3 = 1(x - 2)$$

$$y = x - 5$$

$$(a, -6) \Rightarrow -6 = a - 5$$

$$\Rightarrow -a = 1$$

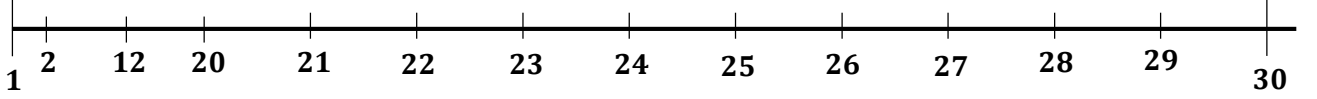
$$\Rightarrow a = -1$$

CEVAP: - 1

SORU-25.

1 ile 30 arasındaki doğal sayıları yazarken kaç tane 2 rakamı kullanılır?

Cevap:



CEVAP: 13