

Dođu Akdeniz Üniversitesi  
Matematik Bölümü  
Liselerarası Matematik Yarışması  
Final Yarışması Soruları ve  
Cevapları  
09.05.2023

## SORU-1.

Bir sayının karesinin yarısını, bu sayının yarısının karesiyle çarpmak, bu sayının karesinin karesini kaç ile çarpmaya eşittir?

Cevap:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}x^2\right)\left(\frac{x}{2}\right)^2 &= \frac{1}{2}x^2 \frac{1}{4}x^2 \\ &= \frac{1}{2}x^2 \frac{1}{4}x^2 \\ &= \frac{1}{8}(x^2)^2\end{aligned}$$

**CEVAP:  $\frac{1}{8}$**

## SORU-2.

$$x^2 = y + 5 \text{ ve } y^2 = x + 5$$

olduğuna gore,  $x^2 + y^2$  kaçtır?

Cevap:

$$x^2 + y^2 = y - x$$

$$(x - y)(x + y) = -(x - y)$$

$$x + y = -1$$

$$x^2 + y^2 = y + 5 + x + 5$$

$$= x + y + 10$$

$$= -1 + 10$$

$$= 9$$

**CEVAP: 9**

### **SORU-3.**

$a - b = 6$  ve  $b - c = 4$  olduğuna göre,

$ab - ac - bc + c^2$  ifadesinin değeri nedir?

Cevap:

$$\begin{aligned} ab - ac - bc + c^2 &= a(b - c) + c(c - b) \\ &= 4a - 4c \\ &= 4(a - c) \end{aligned}$$

$$a - b = 6$$

$$b = a - 6$$

$$b - c = 4$$

$$a - 6 - c = 4$$

$$a - c = 10$$

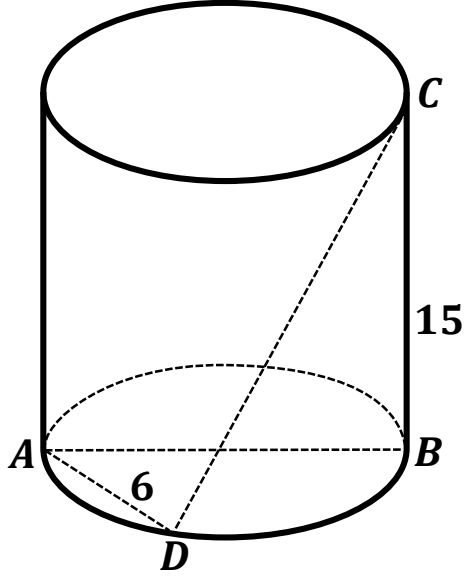
$$\Rightarrow 4 \cdot (a - c)$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 10 = 40$$

**CEVAP: 40**

#### SORU-4.

Aşağıdaki dik silindirin hacmi  $375\pi \text{ cm}^3$  dir.



$$|BC| = 15 \text{ cm}$$

$$|AD| = 6 \text{ cm dir.}$$

$[AB]$  çaptır.

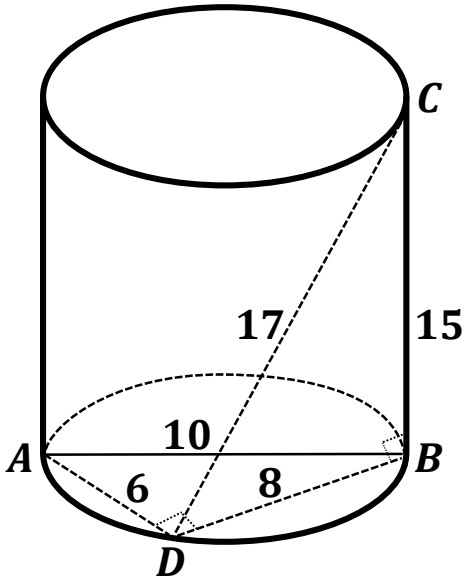
Yukarıdaki verilere göre,  $|CD|$  kaç cm dir?

Cevap:

Hacmi  $375\pi \text{ cm}^3$  ise

$$\pi \cdot r^2 \cdot 15 = 375\pi$$

$$r^2 = \frac{375}{15} = 25 \Rightarrow r = 5 \text{ cm dir.}$$



O halde,  $|AB| = 10 \text{ cm}$  dir.

Çapı gören çevre açısı  $90^\circ$  olduğu için  $ADB$  üçgeni bir dik üçgendir.

$6 - 8 - 10$  üçgeni olduğu için de,  $|DB| = 8 \text{ cm}$  dir.

$CDB$  üçgeni de bir dik üçgendir.

$8 - 15 - 17$  üçgeni olduğu için de,  $|DC| = 17 \text{ cm}$  dir.

**CEVAP: 17**

## SORU-5.

İki gerçel kökü olan  $x^2 - ax + 1 = 0$  denkleminin kökleri toplamı,  $x^2 + 6x + a = 0$  denkleminin bir köküdür. Buna göre,  $a$  kaçtır?

Cevap:

$x^2 - ax + 1 = 0$  denkleminin kökleri toplamı  $x_1 + x_2 = a$  dır.

$$a^2 + 6a + a = 0$$

$$a^2 + 7a = 0$$

$$a(a + 7) = 0$$

$a \neq 0$  ve  $a = -7$  olur.

$a = 0$  ise kökler gerçel olmaz.

$$a = -7$$

**CEVAP: -7**

## SORU-6.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde en az 2 tane çift sayı bulunur?

Cevap:

$$\begin{array}{cccccc} \text{Ç} & \text{T} & \text{Ç} & \text{T} & \text{Ç} & \text{T} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2} & + & \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{1} & + & \binom{5}{4} \cdot \binom{5}{0} \\ = & 10 \cdot 10 & + & 10 \cdot 5 & + & 5 \cdot 1 \\ = & 155 \end{array}$$

**CEVAP: 155**



## SORU-7.

$\log_x(\sin 15) + \log_x(\cos 15) = -2$  denklemini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

Cevap:

$$\log_x(\sin 15)(\cos 15) = -2$$

$$x^{-2} = \sin 15 \cdot \cos 15$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{2} \sin 30$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

**CEVAP: 2**

### SORU-8.

$P(x) = x^3 + ax + b$  polinomunun  $x^2 - 3x + 1$  ile bölümünden kalan  $4x + 1$  ise  $a + b$  toplamı kaçtır?

Cevap:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + ax + b & x^2 - 3x + 1 \\ -x^3 + 8x - 3 & x + 3 \\ \hline (a + 8)x + (b - 3) & \end{array}$$

$$(a + 8)x + (b - 3)$$

$$a + 8 = 4 \quad b - 3 = 1$$

$$a = -4 \quad b = 4$$

$$a + b = -4 + 4$$

$$= 0$$

**CEVAP: 0**

## SORU-9.

Gerçel sayılar kümesi üzerinde  $f$  fonksiyonu  $f\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{x^2}{4} + x + 1$  olarak tanımlanıyor. Buna göre,  $f(a) = 0$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

Cevap:

$$\frac{x}{2} = a \Rightarrow \frac{(2a)^2}{4} + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

**CEVAP: - 1**

## SORU-10.

$x$  ve  $y$  pozitif gerçel sayıları için  $\frac{x-y}{\sqrt{x}\sqrt{y}+y} = 1$  eşitliği sağlanıyor.

Buna göre,  $\frac{x}{y}$  oranı kaçtır?

Cevap:

$$\frac{y\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{y\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + 1\right)} = 1$$

$$\frac{x}{y} - 1 = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + 1$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = t \text{ olsun.}$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t - 2) \cdot (t + 1) = 0$$

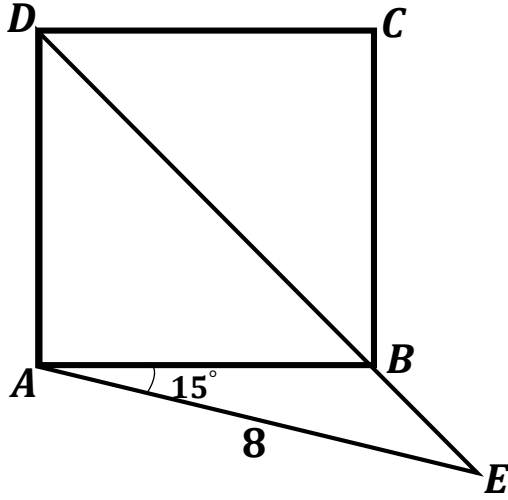
$t = 2$  ve  $t = -1$  bulunur.

$$\frac{x}{y} = t^2$$

$$\frac{x}{y} = 4$$

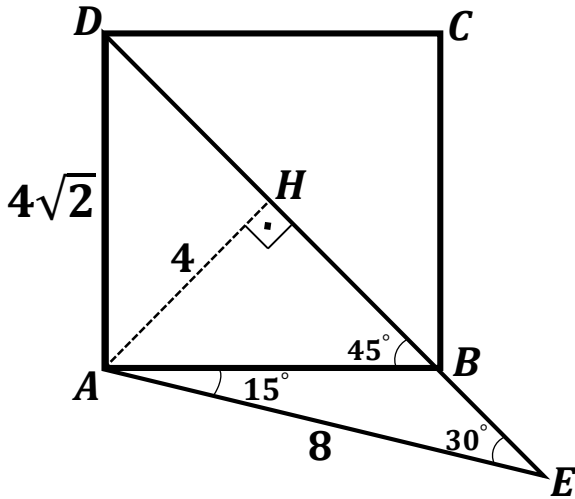
**CEVAP: 4**

### SORU-11.



$ABCD$  kare  $D, B, E$  doğrusal olduğuna göre,  $\text{Alan}(ABCD)$  kaç  $\text{cm}^2$  dir?

Cevap:



$[AH] \perp [DE]$  çizelim.

$$m(\widehat{DBA}) = 45^\circ \quad m(\widehat{AED}) = 30^\circ$$

$$AHE \text{ dik üçgeninde } |AH| = \frac{8}{2} = 4$$

$$|AD| = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Alan}(ABCD) = (4\sqrt{2})^2 = 32 \text{ cm}^2$$

**CEVAP: 32**

## SORU-12.

$f$  doğrusal (lineer) bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x + 3) + f(x - 2) = 4x + 6$$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

Cevap:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x + 3) = a(x + 3) + b$$

$$= ax + 3a + b$$

$$f(x - 2) = a(x - 2) + b$$

$$= ax - 2a + b$$

$$\Rightarrow f(x + 3) + f(x - 2) = 2ax + (a + 2b)$$

$$= 4x + 6$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

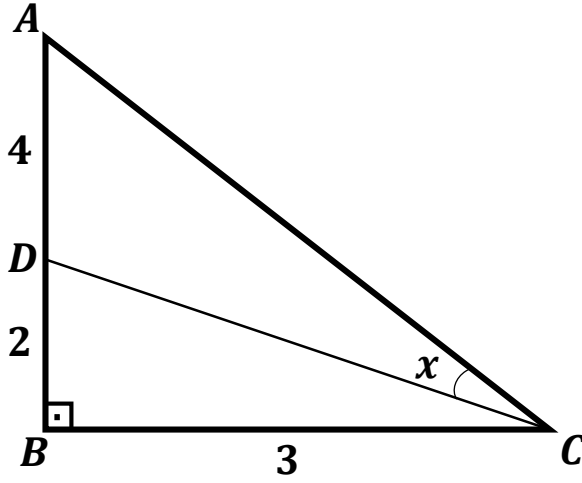
$$a + 2b = 6 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$f(2) = 6$$

**CEVAP: 6**

### SORU-13.

Şekildeki  $ABC$  dik üçgeninde,



$$[AB] \perp [BC]$$

$$|AD| = 4 \text{ cm}$$

$$|BD| = 2 \text{ cm}$$

$$|BC| = 3 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{ACD}) = x$$

olduğuna göre,  $\tan x$  değeri kaçtır?

Cevap:

$$\tan y = \frac{2}{3}$$

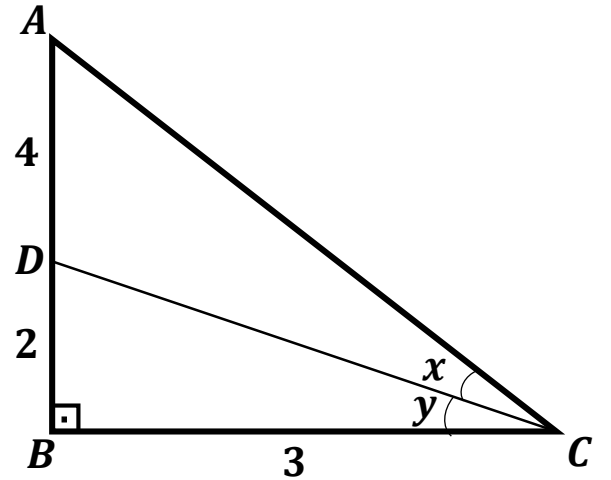
$$\tan(x + y) = \frac{6}{3} = 2$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$2 = \frac{\tan x + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}\tan x}$$

$$2 - \frac{4}{3}\tan x = \tan x + \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{4}{7}$$



**CEVAP:**  $\frac{4}{7}$

## SORU-14.

$$f(x) = \frac{x + 1}{x + 2}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \dots \cdot f(2023)$  işleminin sonucu kaçtır?

Cevap:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{2}{3}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{3}{4}$$

.

.

.

$$x = 2023 \Rightarrow f(2023) = \frac{2024}{2025}$$

$$f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \dots \dots \cdot f(2023) = \frac{1}{2025}$$

**CEVAP:  $\frac{1}{2025}$**



### **SORU-15.**

$$P(2x + 3) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$$

olduğuna gore,  $P(5x + 2)$  polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

**Cevap:**

$x = 1$  yazılarak katsayılar toplamı bulunur.  $P(5x + 2)$  polinomunun katsayılar toplamı  $P(5 \cdot 1 + 2) = P(7)$  dir.

$P(7)$  yi bulmalıyız.

$P(2x + 3)$  polinomunda  $x$  yerine 2 yazarsak,  $P(7)$ 'yi bulabiliriz.

$$P(2 \cdot 2 + 3) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 1$$

$$P(7) = 8 + 8 - 10 + 1$$

$$P(7) = 7 \text{ dir.}$$

**CEVAP: 7**

## SORU-16.

$a, b, c$  pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} \quad \text{ve} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 152$$

olduğuna göre,  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

Cevap:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} = k$$

$$a = 3k, \quad b = 2k, \quad c = 5k$$

$$9k^2 + 4k^2 + 25k^2 = 152$$

$$38k^2 = 152$$

$$k^2 = 4$$

$a, b, c$  pozitif olduğundan  $k = 2$

$k = 2 \Rightarrow a = 6, b = 4, c = 10$  olur.

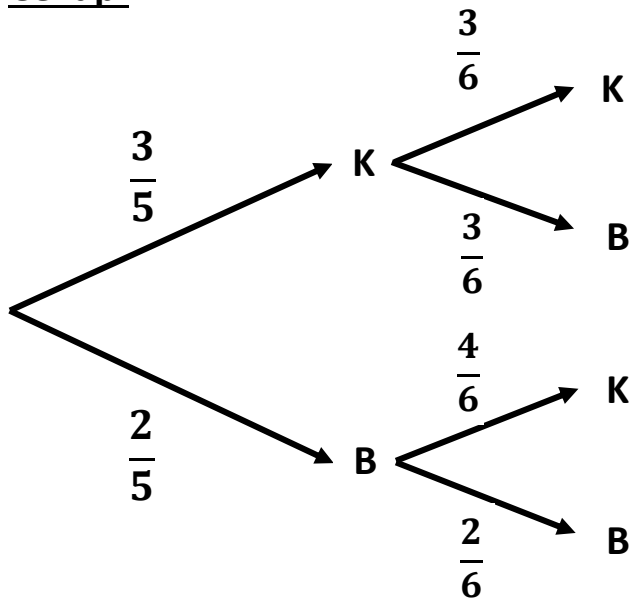
$$a + b + c = 20.$$

**CEVAP: 20**

## SORU-17.

Bir torbada 3 kırmızı ve 2 beyaz top bulunmaktadır. Torbadan, rastgele 1 top çekiliyor. Daha sonra, çekilen top geri torbaya konulmadan torbaya 1 kırmızı 1 de beyaz top atılarak 1 top daha çekiliyor. Buna göre, çekilen 2 toptan birinin kırmızı, diğerinin de beyaz olma olasılığı nedir?

Cevap:



$$P(1K, 1B) = P(KB) + P(BK)$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6}$$

$$= \frac{9}{30} + \frac{8}{30} = \frac{17}{30}$$

**CEVAP:**  $\frac{17}{30}$

### SORU-18.

$$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 3}$$

$$g(x) = \frac{-x + 4}{x - 5}$$

olduğuna gore,  $(f^{-1} \circ g)(2)$  kaçtır?

Cevap:

$$f^{-1}(g(2)) = f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{3x + 1}{x - 3} = -\frac{2}{3}$$

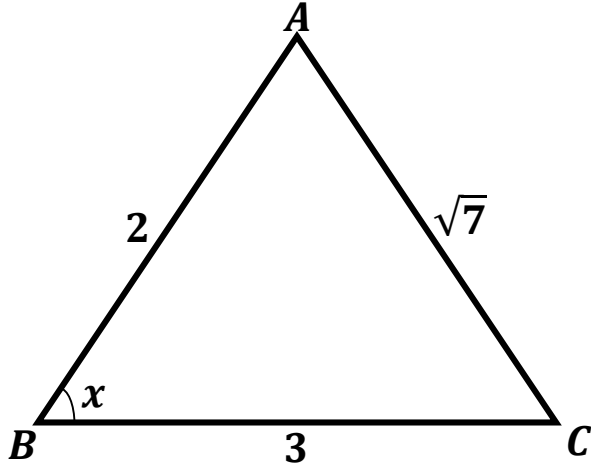
$$9x + 3 = -2x + 6$$

$$11x = 3$$

$$x = \frac{3}{11}$$

**CEVAP:  $\frac{3}{11}$**

### SORU-19.



Şekilde verilen  $ABC$  üçgeninde

$$|AB| = 2 \text{ cm}$$

$$|BC| = 3 \text{ cm}$$

$$|AC| = \sqrt{7} \text{ cm}$$

olduğuna göre,  $x$  kaç derecedir?

Cevap:

Kosinüs teoremi kullanılırsa,

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$7 = 4 + 9 - 12 \cdot \cos B$$

$$12 \cdot \cos B = 6$$

$$\cos B = \frac{1}{2}$$

$$B = 60^\circ$$

**CEVAP: 60**

## SORU-20.

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{x^3 - x}$$

fonksiyonunun tanım kümesi nedir?

**Cevap:**

$$2x - x^2 \geq 0$$

$$2x - x^2 = 0$$

$$x(2 - x) = 0$$

$x = 0$  ve  $x = 2$  bulunur.

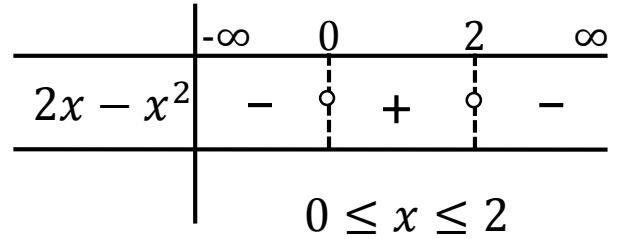
$$x^3 - x \neq 0$$

$$x(x^2 - 1) \neq 0$$

$$x(x - 1)(x + 1) \neq 0$$

$$x \neq 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -1$$

Tanım kümesi:  $x \in (0, 2] - \{1\}$



**CEVAP:  $x \in (0, 2] - \{1\}$**

## SORU-21.

$$f(x) = -x + 6$$

$$g(x) = 3x + 4$$

$$(g \circ f)(2k + 3) = 4$$

olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned}(g \circ f)(2k + 3) &= g(f(2k + 3)) \\ &= g(-(2k + 3) + 6) \\ &= g(-2k + 3) \\ &= 3(-2k + 3) + 4 \\ &= -6k + 9 + 4 \\ &= -6k + 13\end{aligned}$$

$$\Rightarrow -6k + 13 = 4$$

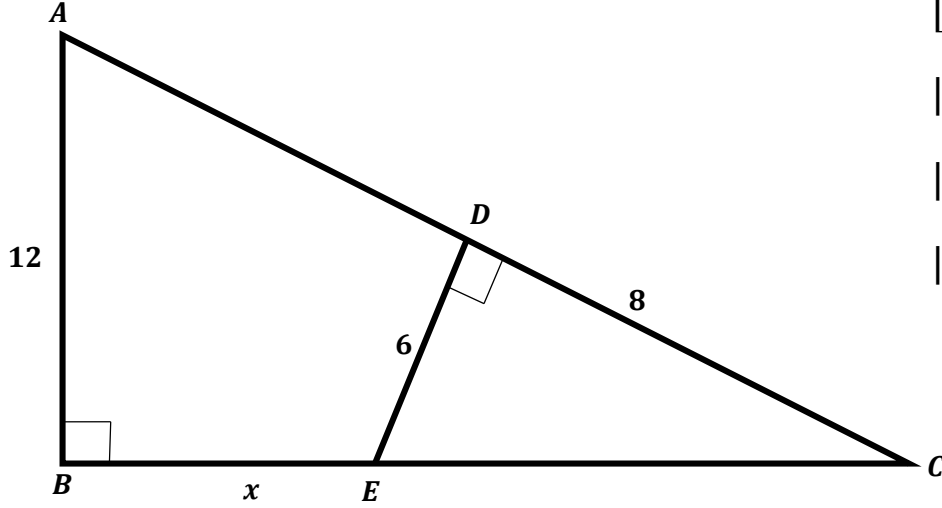
$$\Rightarrow -6k = -9$$

$$\Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

**CEVAP:**  $\frac{3}{2}$

## SORU-22.

*ABC* bir dik üçgen



$$[DE] \perp [AC]$$

$$|AB| = 12 \text{ cm}$$

$$|DC| = 8 \text{ cm}$$

$$|DE| = 6 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|BE| = x$  kaç *cm* dir?

Cevap:

$$\frac{x + 10}{8} = \frac{12}{6}$$

$$x + 10 = 16$$

$$x = 6$$

**CEVAP: 6**



### SORU-23.

$$f\left(\frac{5x+1}{x+2}\right) = 4x + 12$$

olduğuna gore,  $f(2)$  kaçtır?

Cevap:

$$\frac{5x+1}{x+2} = 2$$

$$5x + 1 = 2x + 4$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(2) = 4 + 12 = 16$$

**CEVAP: 16**

## SORU-24.

$$f(x) = \cos x + \tan x$$

olduğuna gore,  $f(3\pi)$  değeri kaçtır?

Cevap:

$$f(3\pi) = \cos 3\pi + \tan 3\pi$$

$$= -1 + 0$$

$$= -1$$

**CEVAP: - 1**

## SORU-25.

4 erkek, 2 kız öğrenci, kızlar yanyana oturacak şekilde, bir yuvarlak masa etrafında kaç değişik şekilde oturabilirler?

Cevap:

Kızları tek düşünürsek, yuvarlak masa etrafında 4! değişik şekilde oturabilirler.

$$2! \cdot 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48$$

**CEVAP: 48**