

Dođu Akdeniz Üniversitesi

Matematik Bölümü

26. Liselerarası Matematik Yarışması
Ekip Yarı Final Yarışması Soru ve Cevapları
(28 Nisan 2022)

SORU-1.

Bir torbada 2 kırmızı, 3 beyaz ve 2 sarı bilye vardır.

Torbadan rastgele 5 bilye alındığında torbada kalan iki bilyenin kırmızı ve beyaz renkte olma olasılığı kaçtır?

Cevap:

Torbadan rastgele 5 bilye alındığında 1 kırmızı, 2 beyaz, 2 sarı bilye olma olasılığı,

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\text{istenen seçim sayısı}}{\text{tüm seçim sayısı}}$$

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{2}{2}}{\binom{7}{5}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{21} = \frac{2}{7}$$

CEVAP: $\frac{2}{7}$

SORU-2.

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} \quad \text{işleminin sonucu kaçtır?}$$

Cevap:

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2 - 1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}$$

CEVAP: $\frac{1}{3}$

SORU-3.

$\frac{4! (4 \cdot 8! - 7 \cdot 7!)}{5! \cdot 7!}$ işleminin en sade sonucu kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned} \frac{4! (4 \cdot 8! - 7 \cdot 7!)}{5! \cdot 7!} &= \frac{24(4 \cdot 8 \cdot 7! - 7 \cdot 7!)}{5! \cdot 7!} = \frac{24(32 - 7) \cdot 7!}{5! \cdot 7!} \\ &= \frac{24 \cdot 25 \cdot 7!}{5! \cdot 7!} = \frac{24 \cdot 25}{120} = 5 \end{aligned}$$

CEVAP: 5

SORU-4.

$\left(2^x + 1 - \frac{2^{x+1}}{2^x}\right) \div \frac{2^{2x}-1}{2^x}$ işleminin sonucu kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned}\left(2^x + 1 - \frac{2^{x+1}}{2^x}\right) \div \frac{2^{2x}-1}{2^x} &= \left(2^x + 1 - \frac{2^{x+1}}{2^x}\right) \cdot \left(\frac{2^x}{2^{2x}-1}\right) \\ &= \left(\frac{2^{2x} + 2^x - 2^x - 1}{2^x}\right) \cdot \left(\frac{2^x}{2^{2x}-1}\right) \\ &= \left(\frac{2^{2x}-1}{2^x}\right) \cdot \left(\frac{2^x}{2^{2x}-1}\right) \\ &= 1.\end{aligned}$$

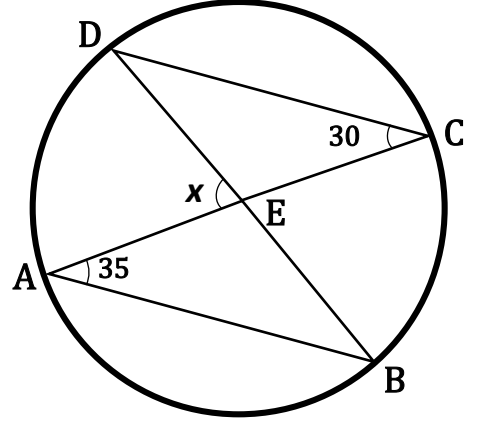
CEVAP: 1

SORU-5.

Yandaki şekilde,

$$s(\widehat{DCA}) = 30^\circ, s(\widehat{CAB}) = 35^\circ \text{ ise}$$

x kaç derecedir?



Cevap:

\widehat{DCA} ve \widehat{DBA} , aynı yayı gören çevre açıları olduğundan,

$s(\widehat{DBA}) = 30^\circ$ dir. x , EAB üçgeninin dış açısının ölçüsü olduğundan

$$x = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ \text{ dir.}$$

CEVAP: 65

SORU-6.

$$\sqrt[3]{2^5\sqrt{x}} = \sqrt[3]{2^5\sqrt{3}}$$

olduğuna gore, x değeri ne olur?

Cevap:

$$\sqrt[3]{2^5\sqrt{x}} = \sqrt[3]{2^5\sqrt{3}} \Rightarrow \left(2(x^{1/5})\right)^{1/3} = 2^{1/3}x^{1/15} = 2^{1/3} \cdot 3^{1/5}$$

$$\Rightarrow (x^{1/3})^{1/5} = 3^{1/5}$$

$$\Rightarrow x^{1/3} = 3 \Rightarrow (x^{1/3})^3 = 3^3 \Rightarrow x = 3^3 \text{ olur.}$$

CEVAP: 27

SORU-7.

$3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2})$ işleminin sonucu $a\sqrt{b}$ ise $a + b$ kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned} 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2}) &= 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{8} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2^3} + \sqrt{2} \\ &= 2(2\sqrt{2}) + \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

Buna göre, $a + b = 5 + 2 = 7$.

CEVAP: 7

SORU-8.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre

$$\int_0^2 f(x) dx$$

belirli integralinin sonucu kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^1 (2x + 1) dx + \int_1^2 4 dx \\ &= x^2 \Big|_0^1 + x \Big|_0^1 + 4x \Big|_1^2 \\ &= 1 + 1 + 4(2 - 1) \\ &= 6 \end{aligned}$$

CEVAP: 6

SORU-9.

$$\frac{y^3 + 27}{y^2 - 2y - 3} \cdot \frac{(y - 3)(y^2 - 1)}{y^2 - 3y + 9}$$

ifadesi $(y + a)(y + b)$ şeklinde yazılırsa $|a - b|$ kaç olur?

Cevap:

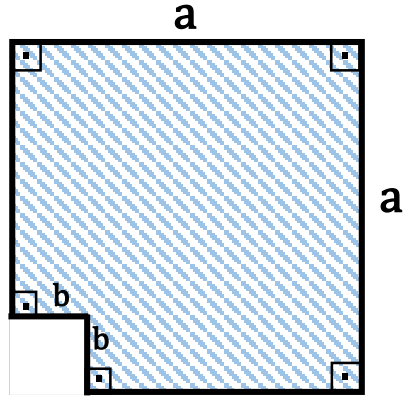
$$\frac{(y + 3) \cdot (y^2 - 3y + 9)}{(y - 3) \cdot (y + 1)} \cdot \frac{(y - 3) \cdot (y - 1) \cdot (y + 1)}{y^2 - 3y + 9}$$

$$= (y + 3) \cdot (y - 1)$$

CEVAP: 4

SORU-10.

Aşağıdaki taralı bölgenin alanı 77 cm^2 ve çevresi 36 cm dir. Buna göre b kaç cm 'dir?



Cevap:

Taralı bölgenin alanı $a^2 - b^2 = 77$ 'dir.

Verilen şeklin çevresi ise $4a = 36 \text{ cm}$ 'dir.

$$[a + a + (a - b) + (a - b) + b + b] = 36 \text{ 'dir.}$$

Yani $a = 9 \text{ cm}$ olur.

$a = 9$ değeri $a^2 - b^2 = 77$ denkleminde yerine yazılırsa

$$81 - b^2 = 77$$

$$b^2 = 4$$

$$b = 2 \text{ cm olur}$$

CEVAP: 2

SORU-11.

A TL'ye satın alınan bir otomobilin maliyeti komisyon ve masraflar da eklendiğinde % 1 artmıştır. Otomobil % 20 kârla 24240 TL'ye satıldığına göre, A kaçtır?

Cevap:

$$1.01 A + \frac{20}{100} (1.01 A) = 24240$$

$$1.01 A + 0.202 A = 24240$$

$$A = 20000 TL$$

CEVAP: 20000 TL

SORU-12.

\mathbb{R} den \mathbb{R} ye

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 3 \text{ ise} \\ b + a & , \quad x = 3 \text{ ise} \\ x + a & , \quad x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

ile tanımlanan f fonksiyonunun $x = 3$ noktasında sürekli olduğuna göre, $a - b$ kaçtır?

Cevap:

Fonksiyonun $x = 3$ noktasında sürekli olması için

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \text{ olmalıdır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x + a = \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2$$

$$3 + a = 9 \Rightarrow a = 6 \text{ olur.}$$

Buna göre süreklilik için $a + b = 9$ ve $b = 3$ olur.

Böylece $a - b = 3$ elde edilir.

CEVAP: 3

SORU-13.

$K = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden kaç tanesinin elemanlarının çarpımı bir negatif tam sayıya eşittir?

Cevap:

Üç elemanlı negatif tam sayı için, 1 negatif, 2 pozitif sayı seçilmelidir.(0 (sıfır) olamaz.)

Negatif sayılar = $\{-2, -1\}$ ve Pozitif sayılar = $\{1, 2, 3\}$

$$\Rightarrow \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2} = 2 \cdot 3 = 6$$

CEVAP: 6

SORU-14.

Bir otelde bazı odalar 2 yataklı, bazı odalar da 1 yataklıdır. Oteldeki toplam oda sayısı 27 ve yatak sayısı da 39 olduğuna göre, oteldeki 2 yataklı oda sayısı kaçtır?

Cevap:

2 yataklı oda sayısı: x , 1 yataklı oda sayısı da y olsun.

Buna göre;

$$2x + y = 39$$

$$x + y = 27$$

denklem sistemi elde edilir.

Denklem sistemi çözülürse;

$\Rightarrow x = 12$ ve $y = 15$ olarak bulunur.

\Rightarrow 2 yataklı oda sayısı: 12

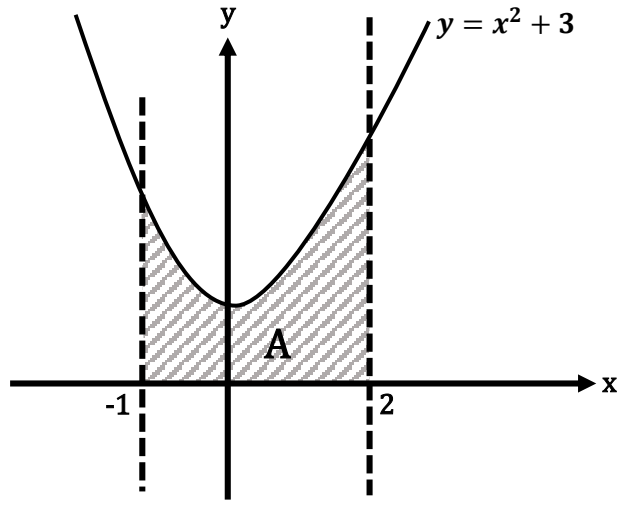
CEVAP: 12

SORU-15.

Sınırları $y = x^2 + 3$ eğrisi, $x = -1$ ve $x = 2$ doğruları ve x -ekseni olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

Cevap:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^2 (x^2 + 3) dx \\ &= \frac{1}{3} x^3 \Big|_{-1}^2 + 3x \Big|_{-1}^2 \\ &= \frac{1}{3} (8 + 1) + 3(2 + 1) \\ &= 3 + 9 \\ &= 12 \text{ br}^2 \end{aligned}$$



CEVAP: 12

SORU-16.

Değeri 0.6 olan bir kesrin payı ile paydasının aritmetik ortalaması 32 ise, bu kesrin paydası payından kaç fazladır?

Cevap:

$$0.6 = \frac{6A}{10A}$$

$$\Rightarrow \frac{6A + 10A}{2} = 32$$

$$8A = 32 \Rightarrow A = 4$$

Kesir $\frac{24}{40}$ olur. Bu durumda payda paydan 16 fazla olur.

CEVAP: 16

SORU-17.

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^2 - 6x + 1 = 0$ olduğuna göre,

$\frac{(x+1)^2}{2x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

Cevap:

$$\begin{aligned}\frac{(x+1)^2}{2x} &= \frac{x^2 + 2x + 1}{2x} \\ &= \frac{x^2 + 2x + 1 - 8x + 8x}{2x} \\ &= \frac{x^2 - 6x + 1 + 8x}{2x} \\ &= \frac{8x}{2x} \\ &= 4\end{aligned}$$

CEVAP: 4

SORU-18.

$(x + 1)$ tane $(x + 1)$ 'in çarpımının, $(x + 1)$ tane $(x + 1)$ 'in toplamına oranının $x = 3$ 'teki değeri nedir?

Cevap:

$(x + 1)$ tane $(x + 1)$ çarpımı:

$$\underbrace{(x + 1)(x + 1) \dots (x + 1)}_{x+1 \text{ tane}} = (x + 1)^{(x+1)}$$

$(x + 1)$ tane $(x + 1)$ toplamı:

$$\underbrace{(x + 1) + (x + 1) + \dots + (x + 1)}_{x+1 \text{ tane}} = (x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(x + 1)^{(x+1)}}{(x + 1)^2} = (x + 1)^{(x-1)}$$

$$x = 3 \text{ için: } (3 + 1)^{(3-1)} = 16$$

CEVAP: 16

SORU-19.

$\frac{\sin 10^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ \cdot \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \cdot \sin 10^\circ}$ işleminin sonucu kaçtır?

Cevap:

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\Rightarrow \sin 10^\circ \cos 40^\circ + \cos 10^\circ \sin 40^\circ = \sin(10 + 40)$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

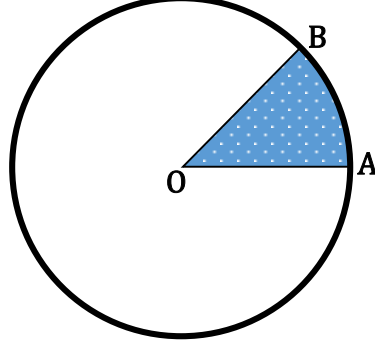
$$\Rightarrow \cos 50^\circ \cos 10^\circ + \sin 50^\circ \sin 10^\circ = \cos(50 - 10)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a \Rightarrow \frac{\sin 50}{\cos 40} = \frac{\cos 40}{\cos 40} = 1$$

CEVAP: 1

SORU-20.

Şekildeki O merkezli dairenin $\frac{1}{10}$ u boyanıyor. $|OA| = 10 \text{ cm}$ olduğuna göre, boyanmış bölgenin çevresi kaç cm'dir?



Cevap:

Dairenin çevresi: $\zeta = 2\pi r = 2\pi(10) = 20\pi \text{ cm}$

AB yayının uzunluğu: $\frac{1}{10}(20\pi) = 2\pi \text{ cm}$

Boyalı bölgenin çevresinin uzunluğu: $\zeta = |OA| + |AB| + |OB|$

$\zeta = 10 + 2\pi + 10 = 20 + 2\pi \text{ cm}$

CEVAP: $20 + 2\pi$

YEDEK SORULAR

SORU-21.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} , & x \neq 0 \text{ ise} \\ 3 , & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu için

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$$

olduğuna göre $a - b$ kaçtır?

Cevap:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x}{x} = -1 = b$$

$$a - b = 1 - (-1) = 2$$

CEVAP: 2

SORU-22.

$a = \sqrt{2} + 1$ olduğuna göre, $a(a - 1)^2(a - 2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

Cevap:

$$a = \sqrt{2} + 1$$

$$(a - 1)^2 = (\sqrt{2} + 1 - 1)^2 = 2$$

$$a - 2 = \sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1$$

$$a \cdot (a - 1)(a - 2) = (\sqrt{2} + 1) (2) (\sqrt{2} - 1) = 2 \left((\sqrt{2})^2 - 1^2 \right)$$

$$= 2(2 - 1) = 2$$

CEVAP: 2

SORU-23.

$$2^a b^b = 1 \text{ ve } \frac{a}{b} = c$$

olduğuna gore b 'nin c cinsinden eđiti nedir?

Cevap:

$$2^a b^b = 1 \Rightarrow 2^{a/b} \cdot b = 1$$

$$\frac{a}{b} = c \text{ olduğuna gore } 2^c \cdot b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2^c}$$

CEVAP: $\frac{1}{2^c}$

SORU-24.

$2^{x-1} = a$ ve $3^{x+1} = 6b$ olduğuna göre, 12^x ifadesinin a ve b cinsinden değeri nedir?

Cevap:

$$2^{x-1} = a$$

$$3^{x+1} = 6b$$

$$2^x = 2a$$

$$3^x \cdot 3 = 6b$$

$$(2^x)^2 = 4a^2$$

$$3^x = 2b$$

$$2^{2x} = 4a^2$$

$$4^x = 4a^2$$

$$\Rightarrow (4^x)(3^x) = (4a^2)(2b)$$

$$\Rightarrow 12^x = 8a^2b$$

CEVAP: $8a^2b$

SORU-25.

Dik kenarları x , $x + 4$ ve hipotenüsü de $x + 8$ cm olan bir dik üçgenin çevresi kaç cm'dir?

Cevap:

Pisagor teoremine göre,

$$x^2 + (x + 4)^2 = (x + 8)^2$$

$$x^2 + x^2 + 8x + 16 = x^2 + 16x + 64$$

$$2x^2 + 8x + 16 = x^2 + 16x + 64$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x - 12)(x + 4) = 0$$

$x = 12$ veya $x = -4$ elde edilir.

$x > 0$ olması gerektiğinden, $x = 8$ olmalıdır.

Buna göre, üçgenin çevresi;

$$\Ç = 12 + 16 + 20 = 48 \text{ cm olarak elde edilir.}$$

CEVAP: 48